

ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΚΠΑ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ (2003/2004)
 (Εύρεση αθροίσματος n όρων με τη μέθοδο της επαγωγής)

Να δειχτεί επαγωγικά ότι $2 + 4 + \dots + 2n = n(n+1)$, $\forall n \in \mathbb{N}$

Υποδειγματική Λύση

Έστω $P(n)$ η πρόταση που θέλουμε να αποδείξουμε.

Για $n = 1$:

$$2 = 1(1+1) \rightarrow 2 = 2 \rightarrow P(1) \text{ αληθής}$$

Έστω ότι ισχύει για $n = k$:

$$2 + 4 + \dots + 2k = k(k+1)$$

Θα αποδείξουμε ότι η πρόταση ισχύει για $n = k+1$:

(Δηλαδή ότι $2 + 4 + \dots + 2k + 2(k+1) = (k+1)(k+2)$)

$$\begin{aligned} 2 + 4 + \dots + 2k + 2(k+1) &= \\ &= [2 + 4 + \dots + 2k] + 2(k+1) = \\ &= \frac{1}{2}k(k+1) + (k+1) = \\ &= k(k+1) + 2(k+1) = (k+1)(k+2) \end{aligned}$$

Επομένως $P(k+1)$ ισχύει.

Άρα $P(n)$ αληθής.