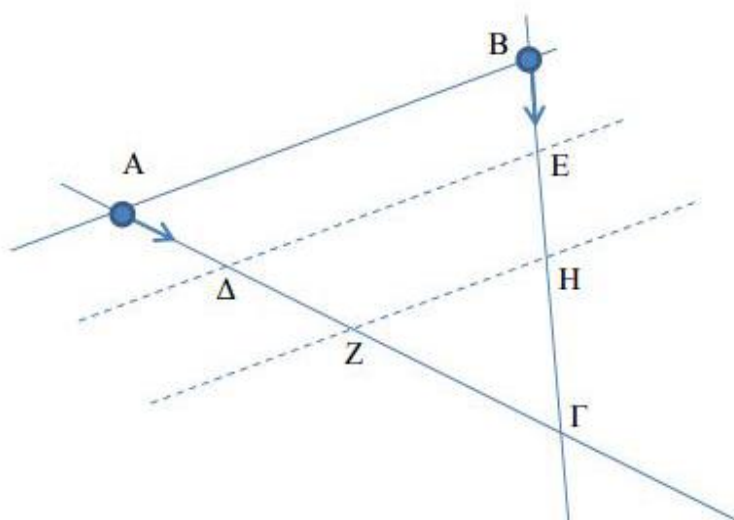


Θέμα 4

GI_V_GEO_4_22334

Δύο οχήματα κινούμενα με σταθερές ταχύτητες v_1 και v_2 , περνούν ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από τα σημεία A και B αντίστοιχα και συναντιούνται στο σημείο Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

(Δίνεται ότι η ταχύτητα ενός σώματος που κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι ίση με το διάστημα που κινήθηκε προς τον αντίστοιχο χρόνο.)



α) Μετά από χρόνο t_1 το όχημα που περνά από το σημείο A βρίσκεται στο σημείο Δ της διαδρομής AΓ ενώ το όχημα που περνά από το σημείο B βρίσκεται στο σημείο E της διαδρομής BΓ. Να αποδείξετε ότι $DE \parallel AB$.

(Μονάδες 12)

β) Έστω Z σημείο της διαδρομής AΓ και H σημείο της διαδρομής BΓ. Αν $ZH \parallel AB$, να αποδείξετε ότι τα οχήματα περνούν ταυτόχρονα από τις θέσεις Z και H.

(Μονάδες 13)

Λύση:

Θεωρούμε ότι τα οχήματα φτάνουν στο σημείο Γ μετά απο χρόνο $t_{ολ}$. Οπότε για τα διαστήματα ΑΓ, ΒΓ ισχύει ότι:

$$ΑΓ = v_1 \cdot t_{ολ}, \quad ΒΓ = v_2 \cdot t_{ολ}$$

$$\text{Οπότε } \frac{ΑΓ}{ΒΓ} = \frac{v_1 \cdot t_{ολ}}{v_2 \cdot t_{ολ}} = \frac{v_1}{v_2} \quad (1)$$

Όμως, απο την υπόθεση ισχύει ότι $ΑΔ = v_1 \cdot t_1$, $ΒΕ = v_2 \cdot t_1$

$$\text{Άρα } \frac{ΑΔ}{ΒΕ} = \frac{v_1 \cdot t_1}{v_2 \cdot t_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε $\frac{ΑΓ}{ΒΓ} = \frac{ΑΔ}{ΒΕ}$ άρα και $ΔΕ // AB$ (από το αντίστροφο του

θεώρηματος του Θαλή)

β) Θεωρούμε t_Z τον χρόνο που κάνει το πρώτο όχημα να φτάσει στο σημείο Z και t_H τον χρόνο που κάνει το δεύτερο όχημα να φτάσει στο σημείο H.

Λόγω παραλληλίας έχουμε ότι:

$$ZH // AB \Leftrightarrow \frac{ΑΓ}{ΒΓ} = \frac{ΑΔ}{ΒΕ} \Leftrightarrow \frac{v_1 \cdot t_Z}{v_1 \cdot t_{ολ}} = \frac{v_2 \cdot t_H}{v_2 \cdot t_{ολ}} \Leftrightarrow \frac{t_Z}{t_{ολ}} = \frac{t_H}{t_{ολ}} \Leftrightarrow t_H = t_Z$$

Οπότε τα οχήματα περνάνε ταυτόχρονα από τις θέσεις Z, H.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – Μ.Εδ – Μαθηματικός