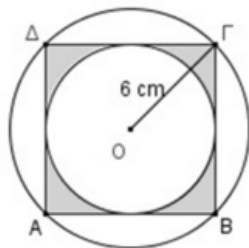


Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4

GI_V_GEO_4_22332

Σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας $R = 6$ cm εγγράφουμε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και στο τετράγωνο εγγράφουμε νέο κύκλο.



α) Να υπολογίσετε:

i. Το εμβαδόν του τετραγώνου.

(Μονάδες 7)

ii. Το εμβαδόν E του γραμμοσκιασμένου χωρίου, δηλαδή του χωρίου του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ που βρίσκεται έξω από τον εγγεγραμμένο κύκλο του.

(Μονάδες 9)

β) Να συγκρίνετε το εμβαδόν E του γραμμοσκιασμένου χωρίου με το εμβαδόν του τμήματος του κύκλου ακτίνας R που βρίσκεται έξω από το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$.

(Μονάδες 9)

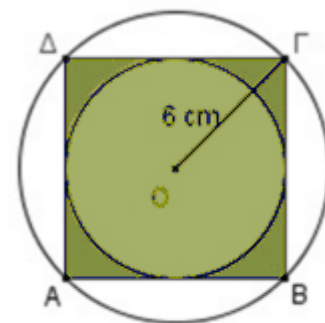
Λύση:

α) i) Με $R = 6$ cm, οπότε η πλευρά a του εγγεγραμμένου

τετραγώνου θα είναι: $a = R\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ cm

Το εμβαδόν $(AB\Gamma\Delta)$ του τετραγώνου θα είναι:

$$(AB\Gamma\Delta) = a^2 = (6\sqrt{2})^2 = 36 \cdot 2 = 72 \text{ cm}^2$$

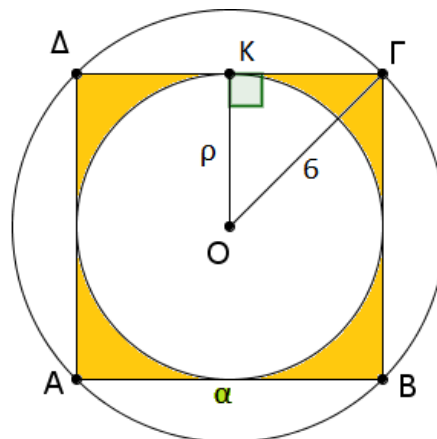


α) ii) Έστω E_{ζ} είναι το ζητούμενο εμβαδόν και E_{κ} το εμβαδόν του εσωτερικού κύκλου. Τότε:

$$E_{\zeta} = (AB\Gamma\Delta) - E_{\kappa}$$

Η ακτίνα ρ του εσωτερικού κύκλου είναι το απόστημα OK του τετραγώνου.

$$\text{Άρα } OK = \rho = \frac{\alpha}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$



Θα βρούμε το εμβαδόν (K) του εσωτερικού κύκλου, βρίσκοντας την ακτίνα του

$$OK = \rho = \frac{\alpha}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$\text{Άρα } E_{\kappa} = \pi \cdot \rho^2 = \pi \cdot 18 = 18\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{και } E_{\zeta} = (AB\Gamma\Delta) - E_{\kappa} = 72 - 18\pi \text{ cm}^2$$

β) Έστω E_z το εμβαδόν του τμήματος που ζητείται. Αν $E_{(0,6)}$ εμβαδόν κύκλου του περιγεγραμμένου κύκλου του τετραγώνου τότε

$$E_z = E_{(0,6)} - (AB\Gamma\Delta) = \pi \cdot 6^2 - 72 = 36\pi - 72 = 36(\pi - 2) \text{ cm}^2$$

$$\text{Επειδή } E_z - E_{\zeta} = 36(\pi - 2) - 18(4 - \pi) = 36\pi - 72 - 72 + 18\pi = 54\pi - 144 > 0 \text{ αφού}$$

$$54\pi \cong 54 \cdot 3,14 = 169,56 > 144.$$

θα ισχύει $E_z > E_{\zeta}$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός