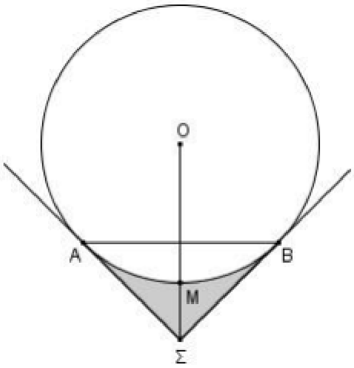
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_V_GEO_4_22331**

Στα άκρα της χορδής AB=R$\sqrt{2}$ ενός κύκλου (O, R), φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΣΑ και ΣΒ.

Αν η ΣΟ τέμνει το τόξο ΑΒ στο σημείο Μ, τότε:



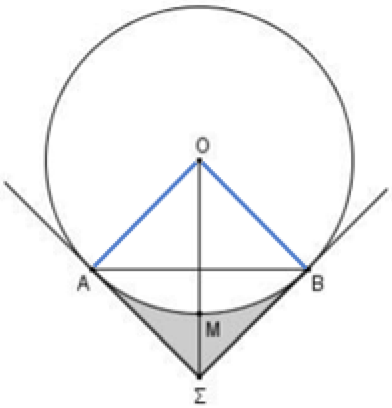
α) Να αποδείξτε ότι:

ι) το τρίγωνο ΑΟΒ είναι ορθογώνιο, (Μονάδες 10)

ιι) ΣΜ = R ($\sqrt{2}$ -1). (Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν (ΣΑΒ) ως συνάρτηση της ακτίνας R του κύκλου. (Μονάδες 10)

Λύση:



α) ι) Επειδή $AB = R\sqrt{2}$ η πλευρά ΑΒ είναι πλευρά τετραγώνου Άρα η γωνία ΑΟΒ είναι ορθή και το τρίγωνο ΑΟΒ ορθογώνιο.

ιι) Επίσης ΣΑ $\perp$ ΟΑ και ΣΒ $\perp$ ΟΒ άρα το ΟΑΣΒ είναι τετράγωνο (ορθογώνιο με διαδοχικές πλευρές ίσες) Επομένως και

ΣΟ = ΑΒ = $R\sqrt{2}$

Οπότε ΣΜ = ΟΣ – ΟΜ = $\sqrt{2}R - R = \left(\sqrt{2}-1\right)R$

β) Το εμβαδόν (ΣΑΒ) του γραμμοσκιασμένου χωρίου ΣΑΒ θα το βρούμε αν από το εμβαδόν (ΟΑΣΒ) του τετραγώνου ΟΑΣΒ αφαιρέσουμε το εμβαδόν $E_{κ.τ.}$ του κυκλικού τομέα $\left(\mathrm{O},\mathrm{AB}\right)$

Άρα (ΣΑΒ) = (ΟΑΣΒ) – $E_{κ.τ}$ = $R^2 - \frac{\pi R^2 \cdot 90}{360} = R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = R^2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός