Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_V_GEO_4_22329**

Δύο ίσοι κύκλοι (Κ,R) και (Λ,R) τέμνονται στα σημεία Α και Β έτσι ώστε το μήκος της διακέντρου τους να είναι ΚΛ= $R\sqrt{2}$.

α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΚΑΛΒ είναι τετράγωνο.

(Μονάδες 10)

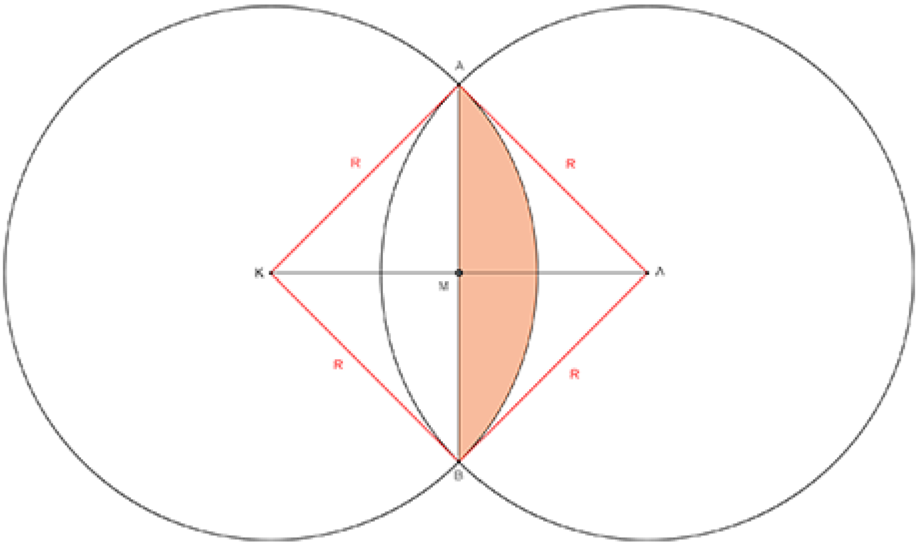
β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κοινού χωρίου των δύο κύκλων.

(Μονάδες 15)

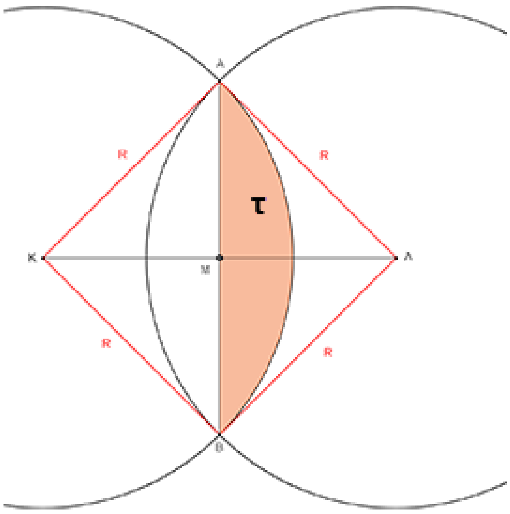
Λύση:

α) Το τετράπλευρο ΑΚΒΛ είναι ρόμβος (ΑΚ = ΑΛ = ΒΛ = ΒΚ = R) με ΚΜ = $\dfrac{\sqrt{2}R}{2} = \alpha_4$

Άρα ΑΒ = λ_4 επομένως $A\hat{K}B = 90^o$ οπότε το τετράπλευρο ΑΚΒΛ είναι τετράγωνο.



β) Το εμβαδόν **Ε** του κοινού μέρους είναι ίσο με το διπλάσιο του εμβαδού **τ** του γραμμοσκιασμένου τμήματος.



Όμως **τ = $E_{κτ}$ – (ΚΑΒ)** όπου **$E_{κτ}$** είναι το εμβαδόν του κυκλικού τομέα (K,AB) και **(ΚΑΒ)** το εμβαδόν του τριγώνου ΚΑΒ.

$E_{κτ}$ = $\dfrac{\pi R^2 \cdot 90}{360} = \dfrac{\pi R^2}{4}$

και **(ΚΑΒ) =** $\dfrac{AB \cdot KM}{2} = \dfrac{\sqrt{2}R \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}R}{2} = \dfrac{R^2}{2}$

οπότε

τ = $E_{κτ}$ – (ΚΑΒ) = $\dfrac{\pi R^2}{4} - \dfrac{R^2}{2} = R^2 \dfrac{(\pi - 2)}{4}$

Συνεπώς **Ε = 2·τ =** $2 \cdot R^2 \dfrac{(\pi-2)}{4} = R^2 \dfrac{(\pi-2)}{2}$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός