Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_V_GEO_4_22328**

Δίνεται κύκλος (Κ,R) και διάμετρός του ΑΒ. Από σημείο Ε στην προέκταση της ΑΒ προς το μέρος του Β φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα στον κύκλου και έστω Γ το σημείο επαφής. Στο σημείο Ε φέρουμε κάθετη στην ΑΒ η οποία τέμνει την προέκταση της ΑΓ στο σημείο Δ. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΒΕΔΓ είναι εγγράψιμο.

(Μονάδες 8)

β) $A\Gamma \cdot A\Delta = AE^2 - BE \cdot AE$

(Μονάδες 10)

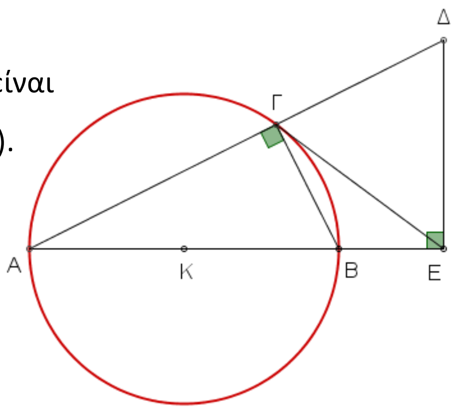
γ) $\dfrac{(A\Gamma E)}{(BE\Gamma)} = \dfrac{AE}{BE}$

(Μονάδες 7)

Λύση:

α) **Σ**το τετράπλευρο ΒΕΓΔ έχουμε

$\Delta\hat{\Gamma}B = A\hat{\Gamma}B = 90^0$, και $\Delta EB = 90^0$ άρα το τετράπλευρο είναι εγγράψιμο (οι απέναντι γωνίες είναι παραπληρωματικές).



β) Από το εγγράψιμο τετράπλευρο ΒΕΓΔ έχουμε :

$A\Gamma \cdot A\Delta = AB \cdot AE = AE(AE - BE) = AE^2 - BE \cdot AE$

γ) Τα τρίγωνα ΑΓΕ και ΒΕΓ έχουν κοινή τη γωνία ΓEA. Άρα για τα εμβαδά τους (ΑΓΕ) και (ΒΕΓ) ισχύει $\dfrac{(A\Gamma E)}{(BE\Gamma)} = \dfrac{AE \cdot E\Gamma}{BE \cdot E\Gamma} = \dfrac{AE}{BE}$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός