

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4

GI_V_GEO_4_22327

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Μ, Λ και Ζ πάνω στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα

τέτοια ώστε $AM = \frac{1}{2}AB$, $AL = \frac{2}{3}AG$ και $BZ = \frac{1}{3}BG$.

α) Να αποδείξετε ότι $(AM\Lambda) = \frac{1}{3}(AB\Gamma)$

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{(MZA)}{(AB\Gamma)} = \frac{5}{18}$

(Μονάδες 12)

γ) Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(AMZA)}{(AB\Gamma)}$

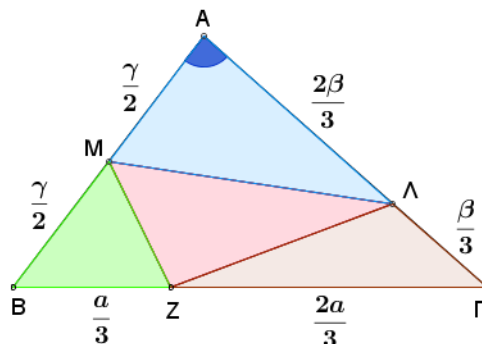
(Μονάδες 6)

Λύση:

α) Τα τρίγωνα ΑΜΛ και ΑΒΓ έχουν κοινή τη γωνία Α.

$$\text{Άρα: } \frac{(AM\Lambda)}{(AB\Gamma)} = \frac{AM \cdot AL}{AB \cdot AG} = \frac{\frac{\gamma}{2} \cdot \frac{2\beta}{3}}{\beta\gamma} = \frac{1}{3}$$

$$\text{οπότε } (AM\Lambda) = \frac{1}{3}(AB\Gamma)$$



β) Τα τρίγωνα ΒΜΖ και ΑΒΓ έχουν κοινή τη γωνία Β

$$\text{Άρα: } \frac{(BMZ)}{(AB\Gamma)} = \frac{BM \cdot BZ}{BA \cdot BG} = \frac{\frac{\alpha}{3} \cdot \frac{\gamma}{2}}{\alpha\gamma} = \frac{1}{6} \text{ οπότε } (BMZ) = \frac{1}{6}(AB\Gamma)$$

$$\text{Ομοίως } (\Gamma\Lambda Z) = \frac{2}{9}(AB\Gamma)$$

$$\text{Άρα } (AB\Gamma) = (AM\Lambda) + (BMZ) + (\Gamma\Lambda Z) + (M\Lambda Z) = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{2}{9}\right)(AB\Gamma) + (M\Lambda Z)$$

$$\text{οπότε } (AB\Gamma) = \frac{13}{18}(AB\Gamma) + (M\Lambda Z) \Leftrightarrow (M\Lambda Z) = \frac{5}{18}(AB\Gamma)$$

γ) Για το εμβαδόν (AMZΛ) του AMZΛ έχουμε

$$(AMZ\Lambda) = (AM\Lambda) + (MZ\Lambda) = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{18}\right)(AB\Gamma) = \frac{11}{18}(AB\Gamma)$$

$$\text{οπότε } \frac{(AMZ\Lambda)}{(AB\Gamma)} = \frac{11}{18}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκκίμης – MEd – Μαθηματικός