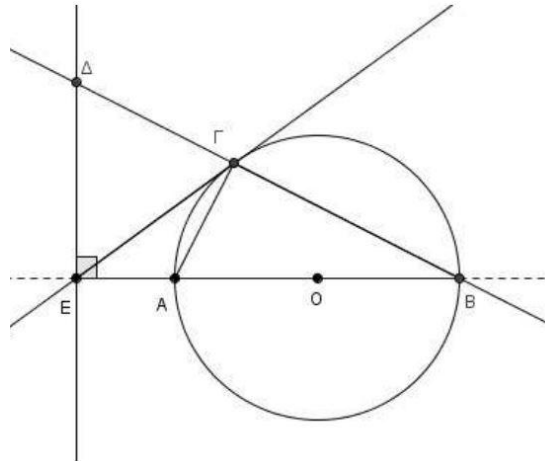


Θέμα 4

GI_V_GEO_22324

Δίνεται κύκλος κέντρου O και μία διάμετρος του AB . Από σημείο E στην προέκταση της διαμέτρου AB προς το A , φέρουμε την εφαπτομένη $EΓ$ του κύκλου. Η κάθετη στην AB στο σημείο E , τέμνει την προέκταση της $BΓ$ (προς το $Γ$) σε σημείο $Δ$.



α) Να επιλέξετε τη σωστή ισότητα:

- i. $EΓ^2 = EA \cdot AB$ ii. $EΓ^2 = EA \cdot EB$ iii. $EΓ^2 = EO \cdot EB$ iv. $EΓ^2 = EO \cdot OB$

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι:

i. $BΓ \cdot BΔ = BA \cdot BE$ (Μονάδες 9)

ii. $EB^2 = EΓ^2 + BΓ \cdot BΔ$ (Μονάδες 9)

Λύση:

α) Εφαρμόζουμε το θεώρημα τέμνουσας και εφαπτομένης στο κύκλο με τέμνουσα την EB και εφαπτομένη $EΓ$ και προκύπτει ότι $EΓ^2 = EA \cdot EB$ (1)

Άρα σωστή απάντηση είναι η ii.

β) i) Για να αποδείξουμε ότι $BΓ \cdot BΔ = BA \cdot BE$ (2), αρκεί να αποδείξουμε ότι: $\frac{BΓ}{BA} = \frac{BE}{BΔ}$

Συγκρίνω τα τρίγωνα $ABΓ$, $BEΔ$

$\hat{E} = \hat{\Gamma}$ ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$ ως εγγεγραμμένη σε ημικόκλιο)

Η γωνία \hat{B} είναι κοινή.

Άρα τα τρίγωνα $AB\Gamma$, $BE\Delta$ είναι όμοια. Οπότε: $\frac{B\Gamma}{BE} = \frac{BA}{B\Delta}$

$$\text{ii) } E\Gamma^2 + B\Gamma \cdot B\Delta \stackrel{(1)}{=} EA \cdot EB + BA \cdot BE \stackrel{(2)}{=} EB(EA + BA) = EB \cdot EB = EB^2$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός