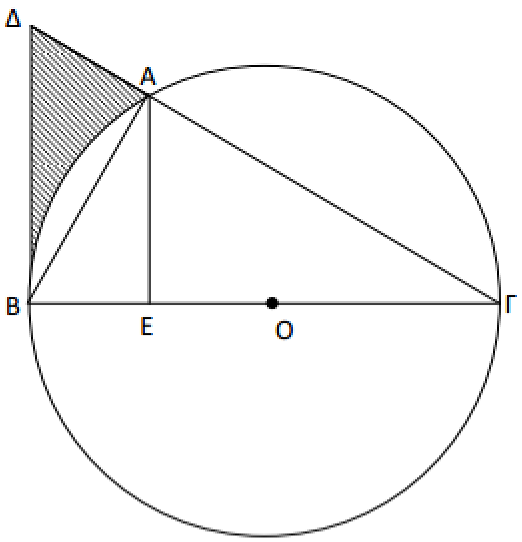
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_V_GEO_4_22322**

Δίνεται κύκλος (Ο,R) και μία διάμετρός του ΒΓ. Η κάθετος στο μέσο Ε της ακτίνας ΟΒ τέμνει το ένα ημικύκλιο στο σημείο Α και η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Β τέμνει την προέκταση της χορδής ΑΓ στο σημείο Δ.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $ΑΓ = λ_3 = R\sqrt{3}$.

(Μονάδες 8)

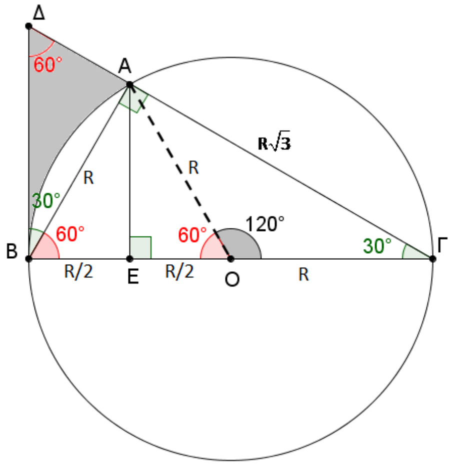
ii. $ΑΔ = \frac{ΑΓ}{3}$.

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών: $\frac{(ΔΑΒ)}{(ΔΒΓ)}$.

(Μονάδες 9)

Λύση:



α) i) Φέρνω την ακτίνα ΑΟ. Στο τρίγωνο ΑΒΟ, το ΑΕ είναι ύψος και διάμεσος , άρα το τρίγωνοΑΒΟ είναι ισοσκελές με ΑΒ = ΑΟ = R. Επειδή και ΒΟ = R το τρίγωνοΑΒΟ είναι ισόπλευρο. Συνεπώς $A\hat{O}B = 120^o$ οπότε η $A\hat{O}\Gamma = 120^o$. Άρα ΑΓ = λ_3 = $\sqrt{3}$ R

α ii) ΒΔ ⊥ ΒΓ και ΑΕ ⊥ ΒΓ άρα ΒΔ // ΑΕ και από θεώρημα Θαλή έχουμε $\frac{A\Delta}{A\Gamma} = \frac{BE}{E\Gamma}$

Όμως $E\Gamma = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$ και $BE = \frac{R}{2}$ άρα $\frac{A\Delta}{A\Gamma} = \frac{BE}{E\Gamma} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{3}$

επομένως $A\Delta = \frac{A\Gamma}{3}$

β) Άρα $\frac{(\Delta AB)}{(AB\Gamma)} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot A\Delta}{\frac{1}{2}AB \cdot A\Gamma} = \frac{A\Delta}{A\Gamma} = \frac{1}{3}$

και $\frac{(\Delta AB)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{(\Delta AB)}{(\Delta AB)+(AB\Gamma)} = \frac{1}{1+3}$ οπότε $\frac{(\Delta AB)}{(\Delta B\Gamma)} = \frac{1}{4}$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός