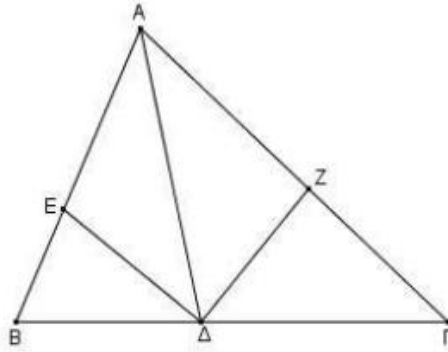


Θέμα 2

GI_V_GEO_2_22318

Δίνεται τρίγωνο $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ με $A\hat{\Delta}$ διχοτόμο της \hat{A} . Φέρουμε τις διχοτόμους ΔE και ΔZ των γωνιών $\hat{A}\Delta B$ και $\hat{A}\Delta\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα.



α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

i. $\frac{AE}{\dots} = \frac{\dots}{\Delta B}$

ii. $\frac{\dots}{Z\hat{\Gamma}} = \frac{\Delta A}{\dots}$

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{AE}{EB} \cdot \frac{Z\hat{\Gamma}}{A\hat{Z}} = \frac{A\hat{\Gamma}}{A\hat{B}}$

(Μονάδες 15)

Λύση:

Σύμφωνα με το θεώρημα των διχοτόμων στο τρίγωνο $A\hat{B}\Delta$ έχουμε:

i) $\frac{AE}{EB} = \frac{A\Delta}{\Delta B}$ (1)

Εφαρμόζουμε το ίδιο θεώρημα στο $A\hat{\Gamma}\Delta$. Οπότε:

ii) $\frac{A\hat{Z}}{\hat{\Gamma}Z} = \frac{A\Delta}{\hat{\Gamma}\Delta}$ (2)

β) Αντίστοιχα, στο τρίγωνο ΑΒΓ με διχοτόμο την ΑΔ έχουμε ότι:

$$\frac{\Gamma\Delta}{\text{Β}\Delta} = \frac{\text{Α}\Gamma}{\text{ΑΒ}} \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow \frac{\Gamma\text{Ζ}}{\text{ΑΖ}} = \frac{\Gamma\Delta}{\text{ΑΔ}}, \text{ οπότε:}$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{\Gamma\text{Ζ}}{\text{ΑΖ}} \cdot \frac{\text{ΑΕ}}{\text{ΕΒ}} = \frac{\Gamma\Delta}{\text{ΑΔ}} \cdot \frac{\text{ΑΔ}}{\text{ΒΔ}} \Leftrightarrow \frac{\Gamma\text{Ζ}}{\text{ΑΖ}} \cdot \frac{\text{ΑΕ}}{\text{ΕΒ}} = \frac{\Gamma\Delta}{\text{ΒΔ}} \stackrel{(3)}{=} \frac{\text{Α}\Gamma}{\text{ΑΒ}}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – ΜΕδ – Μαθηματικός