

Θέμα 2

GI_V_GEO_2_22309

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ για το οποίο έχουμε $\beta=7$, $\gamma=6$ και η διάμεσος του $\mu_a = \frac{\sqrt{89}}{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 9$.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την προβολή ΜΔ της διαμέσου ΑΜ πάνω στην πλευρά α.

(Μονάδες 12)

Λύση

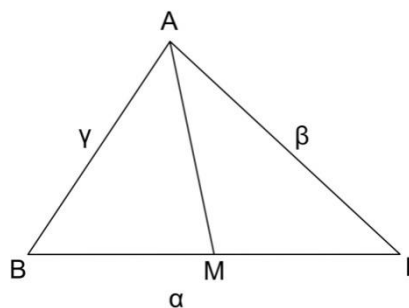
α) Εφαρμόζουμε το πρώτο θεώρημα των διαμέσων στο τρίγωνο ΑΒΓ:

$$\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_a^2 + \frac{\alpha^2}{2} \Leftrightarrow 2\beta^2 + 2\gamma^2 = 4\mu_a^2 + \alpha^2$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2 = 2\beta^2 + 2\gamma^2 - 4\mu_a^2 \quad (\text{εκφώνηση}) \Leftrightarrow$$

$$\alpha^2 = 2 \cdot 7^2 + 2 \cdot 6^2 - 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{89}}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \alpha^2 = 98 + 72 - 89 \Leftrightarrow \alpha^2 = 81 \Leftrightarrow \alpha = 9$$



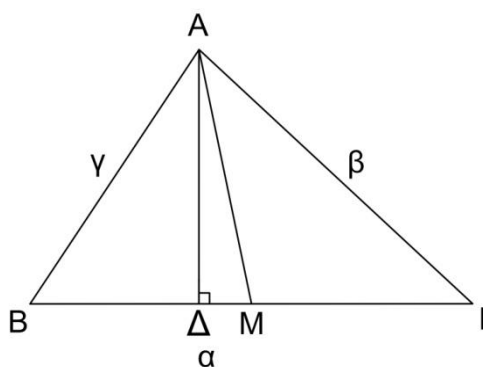
β) Δημιουργούμε το ύψος ΑΔ. Η προβολή της διαμέσου ΑΜ πάνω στη ΒΓ είναι το ΜΔ.

Εφαρμόζουμε το δεύτερο θεώρημα των διαμέσων στο τρίγωνο ΑΒΓ.

$$\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha \cdot \text{ΜΔ} \Leftrightarrow$$

$$\text{ΜΔ} = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{2\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\text{ΜΔ} = \frac{7^2 - 6^2}{2 \cdot 9} \quad \text{άρα} \quad \text{ΜΔ} = \frac{13}{18}$$



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – Μ.Εδ – Μαθηματικός