Θέμα 2 **GI_V_GEO_2_22306**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών $ΒΓ = α\sqrt{3}$, $ΑΓ = α\sqrt{2}$ και $ΑΒ = α$, όπου α > 0. Να αποδείξετε ότι:

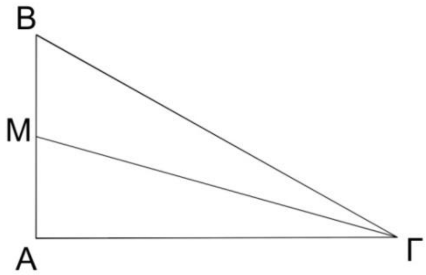
α) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και να βρείτε ποια είναι η ορθή γωνία.

(Μονάδες 12)

β) $μ_γ = \frac{3α}{2}$, όπου $μ_γ$ η διάμεσος του ΑΒΓ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΒ.

(Μονάδες 13)

Λύση:



α) Επειδή η μεγαλύτερη πλευρά είναι η ΒΓ αρκεί να αποδείξουμε ότι $ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2$

$$\left.\begin{aligned} ΒΓ^2 &= (α\sqrt{3})^2 = 3α^2 \\ ΑΒ^2 + ΑΓ^2 &= α^2 + (α\sqrt{3})^2 = α^2 + 2α^2 = 3α^2 \end{aligned}\right\}$$

άρα $ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2$

Οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{Α} = 90^o$

β) $$μ_γ^2 = \frac{2ΒΓ^2 + 2ΑΓ^2 - ΑΒ^2}{4} = \frac{2\cdot 3α^2 + 2\cdot 2α^2 - α^2}{4} = \frac{6α^2 + 4α^2 - α^2}{4} = \frac{9α^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$μ_γ = \sqrt{\frac{9α^2}{4}} = \frac{3α}{2}$$

Προφανώς μπορεί να δειχθεί και με Πυθαγόρειο στο τρίγωνο ΑΜΓ αφού ξέρουμε ότι είναι ορθογώνιο.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – M.Ed – Μαθηματικός