Αν $\alpha > -1$ αποδείξτε ότι $(1+\alpha)^n \geq 1 + n \cdot \alpha \qquad \forall n \in /N$.

Απόδειξη

Η Απόδειξη θα γίνει με Επαγωγή.

Για $n=1$ η σχέση προφανώς ισχύει. (ως ισότητα)

Έστω ότι ισχύει για $n=\nu$.

Θα δείξω ότι ισχύει και για $n=\nu+1$ η σχέση

$(1+\alpha)^{\nu+1} \geq 1+(\nu+1)\alpha$.

Πράγματι $(1+\alpha)^{\nu+1} = (1+\alpha)^{\nu} \cdot (1+\alpha) \geq (1+\nu\alpha)(1+\alpha)$ (Αφού $1+\alpha > 0$)

$= 1+\alpha+\nu\alpha+\nu\alpha^2 = 1+(\nu+1)\alpha+\nu\alpha^2$

$\geq 1+(\nu+1)\alpha$. (Αφού $\alpha^2 \geq 0$)

<u>Σημείωση</u> Για $\alpha > 0$ η σχέση είναι άμεση συνέπεια της άσκησης 1.12.

Πράγματι, $(1+\alpha)^n \geq 1+n\alpha+\dfrac{n(n-1)}{2}\alpha^2 \geq 1+n\alpha$.