Άσκηση 1.10

Αποδείξτε ότι

(i) $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+....+\binom{n}{n}=2^n$

(ii) $\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-....(-1)^n\binom{n}{n}=0$

Απόδειξη

(i) Χρησιμοποιώντας το Δυωνυμικό Ανάπτυγμα του Newton για *α=β=1* έχουμε ότι

$$2^n=(1+1)^n=\sum_{\kappa=0}^{n}\binom{n}{\kappa}1^{n-\kappa}\cdot 1^{\kappa}=\sum_{\kappa=0}^{n}\binom{n}{\kappa}=$$

$$=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+....+\binom{n}{n}.$$

(ii) Χρησιμοποιώντας το Δυωνυμικό Ανάπτυγμα του Newton για *α=1, β=-1* έχουμε ότι

$$0^n=(1+(-1))^n=\sum_{\kappa=0}^{n}\binom{n}{\kappa}1^{n-\kappa}\cdot(-1)^{\kappa}=\sum_{\kappa=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{\kappa}=$$

$$\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-....(-1)^n\binom{n}{n}.$$