



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- 1 Αν ισχύει $3(a - \beta) > 2(a + \beta)$, τότε να αποδείξετε ότι $a > 5\beta$.
- 2 Ποιες ιδιότητες της διάταξης πρέπει να εφαρμόσουμε στην ανισότητα $x > -6$ για να αποδείξουμε τις παρακάτω ανισότητες;
α) $-5x - 30 < 0$ β) $3x + 18 > 0$ γ) $2(x + 4) > -4$
- 3 Αν $2 < a < 6$, να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκονται οι αριθμοί
α) $a - 2$ β) $2a - 5$ γ) $1 - 3a$
- 4 Αν $a < \beta$, τότε να αποδείξετε ότι
α) $5a - 3 < 5\beta - 3$ β) $-2a + 4 > -2\beta + 4$ γ) $a < \frac{a + \beta}{2}$ δ) $\frac{a + \beta}{2} < \beta$
- 5 Αν $1 < x < 3$ και $2 < y < 5$, να αποδείξετε ότι:
α) $3 < x + y < 8$ β) $4 < 2x + y < 11$ γ) $-4 < x - y < 1$
- 6 Αν $x > 2$ και $y > 3$, τότε να αποδείξετε ότι:
α) $xy > 6$ β) $(x - 2)(y - 3) > 0$ γ) $(x + 2)y > 12$
- 7 Αν a, β θετικοί αριθμοί με $a > \beta$, τότε να αποδείξετε ότι $a^2 > \beta^2$.
- 8 Να αποδείξετε ότι:
α) Αν $a > 1$, τότε $a^2 > a$ β) Αν $x > 2$, τότε $x^3 > 2x^2$
- 9 Αν $a > \beta$ και a, β ομόσημοι, τότε να αποδείξετε ότι $\frac{1}{a} < \frac{1}{\beta}$.
- 10 Αν $x > 3$ και $y < 2$, τότε να αποδείξετε ότι:
α) $(x - 3)(y - 2) < 0$ β) $xy + 6 < 2x + 3y$
- 11 Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y , να αποδείξετε ότι:
α) $x^2 + 1 \geq 2x$ β) $(x + y)^2 \geq 4xy$ γ) $x^2 + y^2 + 1 \geq 2y$
Σε κάθε περίπτωση να βρείτε πότε ισχύει η ισότητα.
- 12 Να αποδείξετε ότι:
α) Αν $x > 0$, τότε $x + \frac{1}{x} \geq 2$ β) Αν $x < 0$, τότε $x + \frac{1}{x} \leq -2$
- 13 Να βρείτε το φυσικό αριθμό που είναι μεταξύ των αριθμών 114 και 135 και ο οποίος, όταν διαιρεθεί με το 15, δίνει υπόλοιπο 6.

14 Η τιμή ενός παντελονιού κυμαίνεται από 30 έως 35 € και μιας μπλούζας από 22 έως 25 €. Αν κάποιος θέλει ν' αγοράσει 2 παντελόνια και 3 μπλούζες, τότε μεταξύ ποιων ποσών θα κυμαίνονται τα χρήματα που πρέπει να πληρώσει;

15 Μ' ένα πούλμαν ταξιδεύουν 51 άτομα (ο οδηγός και 50 επιβάτες). Αν το βάρος κάθε ατόμου κυμαίνεται μεταξύ 60 kg και 100 kg, οι αποσκευές κάθε επιβάτη ζυγίζουν από 4 kg έως και 15 kg και το πούλμαν έχει απόβαρο 13,25 t, τότε να εκτιμήσετε το συνολικό βάρος του πούλμαν. Είναι δυνατόν το πούλμαν να διασχίσει μια γέφυρα επαρχιακού δρόμου που το ανώτατο επιτρεπόμενο βάρος διέλευσης είναι 20 t;



16 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $11 - 3x < 7x + 1$

β) $2x - 9 > 5x + 6$

γ) $4(3x - 5) > 3(4x + 5)$

δ) $\frac{3 - 4x}{5} - \frac{3x}{10} > \frac{6 - x}{2}$

ε) $\frac{2x + 1}{6} - x < \frac{3 - 2x}{3}$

στ) $1 - \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{3}\right) < \frac{x + 4}{6}$

17 Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α)
$$\begin{cases} 7x - 1 < 8 + 6x \\ 3x - 2 > x - 10 \end{cases}$$

β)
$$\begin{cases} 4x + 3 < 9 + 5x \\ 1 - x < 2x + 7 \end{cases}$$

γ)
$$\begin{cases} 2x + 5 < \frac{x}{2} + 2 \\ \frac{x - 1}{2} + 1 > x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

18 Να βρείτε θετικό ακέραιο αριθμό x , ώστε $\frac{x}{x + 1} < \frac{31}{40}$ και $\frac{x + 1}{x + 2} > \frac{31}{40}$