

Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων

i) $f(x) = x^7 - x^4 + 6x - 1$

ii) $f(x) = 2x^3 + \ln x - \sqrt{3}$

iii) $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x$

iv) $f(x) = \sin x - \sqrt{3}\eta\mu x + \ln 3.$

2. Ομοίως των συναρτήσεων:

i) $f(x) = (x^2 - 1)(x - 3)$

ii) $f(x) = e^x \eta\mu x$

iii) $f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$

iv) $f(x) = \frac{\eta\mu x + \sin x}{1 + \sin x}$

v) $f(x) = x^2 \eta\mu \sin x.$

3. Ομοίως των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$

ii) $f(x) = \epsilon\phi x + \sigma\phi x$

iii) $f(x) = \frac{\eta\mu x}{e^x}$

iv) $f(x) = \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}.$

4. Να βρείτε, όπου ορίζεται, την παράγωγο των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x, & x < 0 \\ 12\sqrt{x} + 6x, & x \geq 0 \end{cases}$

ii) $f(x) = \begin{cases} x^2 + \eta\mu x, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}.$

5. Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της f , στα οποία οι εφαπτόμενες είναι παράλληλες στον άξονα των x , όταν

i) $f(x) = x + \frac{4}{x}$

ii) $f(x) = \frac{x}{e^x}$

iii) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}.$

6. Αν $f(x) = \frac{2(x+1)}{x-1}$ και $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$, να βρείτε τις συναρτήσεις f', g' . Ισχύει $f' = g'$;

7. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = x^2$ και $g(x) = \frac{1}{2x} + \frac{1}{2}$ στο κοινό σημείο τους $A(1,1)$, είναι κάθετες.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{ax+a}{x+a}$, $a \in \mathbb{R}^*$. Να βρείτε τις τιμές του a , για τις οποίες η κλίση της C_f στο σημείο της $A(0,1)$ είναι ίση με $\frac{1}{2}$.
9. Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 3x + 5$, στα οποία η εφαπτομένη είναι:
 i) παράλληλη προς την ευθεία $y = 9x + 1$
 ii) κάθετη προς την ευθεία $y = -x$.
10. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της $f(x) = x^2$ η οποία άγεται από το σημείο $A(0, -1)$.
11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές των $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η C_f , διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$ και εφάπτεται της ευθείας $y = x$ στην αρχή των αξόνων.
12. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:
 i) $f(x) = (3x^4 + 4x^3)^{-2}$ ii) $f(x) = (x-1)^{2/3}$
 iii) $f(x) = \eta\mu \left(\frac{1}{1+x^2} \right)$ iv) $f(x) = \ln \left(\frac{1}{x} - x \right)$
 v) $f(x) = e^{-x^2}$.
13. Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f στο σημείο x_0 όταν:
 i) $f(x) = x^2 \sqrt{1+x^3}$, $x_0 = 2$ ii) $f(x) = (2x)^{1/3} + (2x)^{2/3}$, $x_0 = 4$
 iii) $f(x) = x^3 \eta\mu^3(\pi x)$, $x_0 = \frac{1}{6}$ iv) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2-x}$, $x_0 = 3$.
14. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:
 i) $f(x) = x^{\ln x}$ ii) $f(x) = 2^{5x-3}$
 iii) $f(x) = (\ln x)^x$, $x > 1$ iv) $f(x) = \eta\mu x \cdot e^{\sin x}$
15. Αν $f(x) = \eta\mu^2 x$, να αποδείξετε ότι $f''(x) + 4f(x) = 2$.