

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

2.3.2 ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Να συμπληρώσετε τα κενά

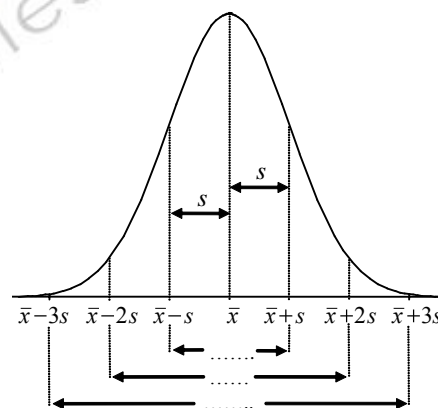
i. Το εύρος ή κύμανση (range) (R), που ορίζεται ως η διαφορά της παρατήρησης από τη παρατήρηση

ii. Η διακύμανση ή διασπορά (variance) s^2 των παρατηρήσεων t_1, t_2, \dots, t_n μιας μεταβλητής X ορίζεται από τη σχέση

..... (μαθηματικός τύπος)

iii. Η ποσότητα $s = \sqrt{s^2}$ λέγεται

iv. Η καμπύλη συχνοτήτων για το χαρακτηριστικό που εξετάζουμε είναι κανονική ή περίπου κανονική, με τυπική απόκλιση s . Να συμπληρώσετε τα κενά στο διπλανό πίνακα



v. Ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation), ο οποίος ορίζεται από το λόγο $CV =$

Ο συντελεστής μεταβολής εκφράζεται επί τοις εκατό, είναι συνεπώς ανεξάρτητος από τις και παριστάνει ένα μέτρο των τιμών και όχι της απόλυτης διασποράς

2. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις προτεινόμενες σε κάθε περίπτωση

A. Η διακύμανση των παρατηρήσεων x_1, x_2, \dots, x_v δίνεται από τον τύπο:

α. $s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v x_i - \bar{x}$

β. $s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^v x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^v x_i \right)^2 \right]$

γ. $s^2 = v \cdot \sum_{i=1}^v x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^v x_i \right)^2$

δ. $s^2 = \frac{v \cdot \sum_{i=1}^v x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^v x_i \right)^2}{v^2}$

B. Αν οι συντελεστές μεταβολής δυο δεδομένων συνόλων A και B είναι 12% και 16% αντίστοιχα, τότε:

α. Τα δεδομένα A παρουσιάζουν μεγαλύτερη ομοιογένεια από τα B.

β. Τα δεδομένα A παρουσιάζουν μεγαλύτερη διασπορά από τα B.

γ. Τα δεδομένα A παρουσιάζουν μικρότερη ομοιογένεια από τα B.

δ. Τα δεδομένα A παρουσιάζουν μικρότερη διασπορά από τα B.

Γ. Σε μια κανονική κατανομή, έχουμε:

$$\bar{x} = 12 \quad \text{και} \quad s_x = 3$$

Τότε:

I. Το ποσοστό των παρατηρήσεων με τιμή μικρότερη του 9, είναι:

i. 68% ii. 16% iii. 2,5% iv. 34%

II. Το ποσοστό των παρατηρήσεων με τιμή μεγαλύτερη ή ίση του 15, είναι:

i. 68% ii. 16% iii. 81,5% iv. 34%

III. Το εύρος της κατανομής είναι:

i. $R \approx 12$ ii. $R \approx 18$ iii. $R \approx 24$ iv. $R \approx 15$

- Δ. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τη βαθμολογία τριών μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου σε 10 μαθήματα:

A	14	15	13	12	15	17	19	14	15	16
B	14	18	12	19	15	18	13	11	19	11
Γ	15	13	14	17	15	16	15	14	15	16

Ο μαθητής με τη μεγαλύτερη ομοιογένεια βαθμών, είναι ο:

- i. A ii. B iii. Γ

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Να βρείτε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της κατανομής:

	v_i
0 – 4	2
4 – 8	5
8 – 12	3

4. Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις παρακάτω τιμές:
8, 10, 13, 13, 15, 16, 18, 14, 14, 9

Να βρείτε

- α. Τη μέση τιμή πώλησης
β. Τη διάμεσο
γ. Το εύρος
δ. Την τυπική απόκλιση
ε. Αν σε όλα τα καταστήματα η τιμή του προϊόντος μειωθεί κατά 10%, ο νέος συντελεστής μεταβολής θα γίνει περίπου ίσος με:
- i. 20% ii. 23% iii. 21,7% iv. 20,7%

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

5. Η μέση τιμή ενός δείγματος 5 παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 10$ και ο συντελεστής μεταβολής είναι $CV = 20\%$.

α. Να βρείτε την τυπική απόκλιση s του δείγματος

β. Αν επιπλέον $\sum_{i=1}^4 x_i - \bar{x}^2 = 16$ να βρείτε την τιμή x_5 .

6. Αν για δύο δείγματα X και Y με θετικές τιμές ισχύει ότι

$$\frac{s_x}{s_y} < 0,1 \dots \text{και} \dots \frac{\bar{x}}{y} > 0,2 \quad \text{να βρείτε ποιο από τα δύο παρουσιάζει την}$$

μεγαλύτερη ομοιογένεια

7. Δίνονται n παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_n που έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 10$ και συντελεστή μεταβολής $CV = 0,5$ καθώς και η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - 20x + 100 \quad x \in \mathfrak{R} \quad \text{Να βρείτε μέση τιμή των παρατηρήσεων } y_1, y_2, \dots, y_n \text{ όπου } y_i = f(x_i)$$

8. Σε ένα δείγμα 800 ατόμων εξετάσαμε μια μεταβλητή X η οποία αποδείχτηκε ότι ακολουθούσε την κανονική κατανομή. Είκοσι παρατηρήσεις ήταν μικρότερες του 18 και 128 παρατηρήσεις μεγαλύτερες του 36.

ι) Να βρείτε κατά προσέγγιση το εύρος του δείγματος.

ιι) Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.