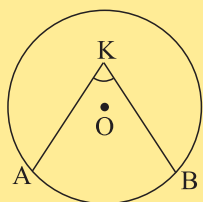


Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Σε ημικόκλιο δίνονται τα σημεία A, B και σημείο M του τόξου \widehat{AB} , ώστε $\widehat{MA} = \widehat{MB}$.

i) Αν P σημείο του ημικυκλίου που δεν ανήκει στο τόξο

$$\widehat{AB}, \text{ να αποδείξετε ότι } \widehat{PM} = \frac{1}{2} (\widehat{PA} + \widehat{PB}).$$

ii) Αν Σ σημείο του τόξου \widehat{MB} , να αποδείξετε ότι

$$\widehat{SM} = \frac{1}{2} (\widehat{SA} - \widehat{SB}).$$

2. Σε ημικόκλιο διαμέτρου AB θεωρούμε σημείο Γ τέτοιο ώστε $\widehat{A\Gamma} - \widehat{B\Gamma} = 80^\circ$. Να βρείτε τα μέτρα:

i) των τόξων $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{B\Gamma}$,

ii) των γωνιών $\widehat{A\hat{O}\Gamma}$ και $\widehat{B\hat{O}\Gamma}$ (O είναι το κέντρο του κύκλου).

3. Δυο γωνίες είναι συμπληρωματικές. Αν η μία είναι διπλάσια από την άλλη, να βρείτε πόσες μοίρες είναι καθεμία από τις γωνίες αυτές.

4. Αν μια γωνία ω είναι τα $\frac{6}{5}$ μιας ορθής γωνίας, να υπολογίσετε σε μοίρες την παραπληρωματική της. Η γωνία ω έχει συμπληρωματική γωνία;

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Η παραπληρωματική μιας γωνίας ω είναι τριπλάσια της συμπληρωματικής γωνίας της ω . Να υπολογίσετε την ω .

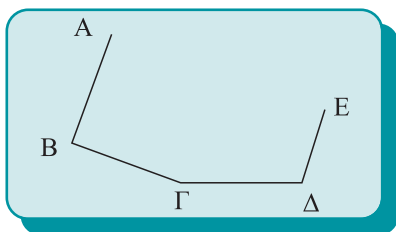
2. Μια γωνία φ είναι μικρότερη από τη συμπληρωματική της κατά 20° . Να υπολογίσετε τις δύο γωνίες.

3. Τέσσερις ημιευθείες OA, OB, OG, OD σχηματίζουν τις διαδοχικές γωνίες $\widehat{A\hat{O}B}, \widehat{B\hat{O}G}, \widehat{G\hat{O}D}, \widehat{D\hat{O}A}$, που έχουν μέτρα ανάλογα με τους αριθμούς 1, 2, 3, 4. Να υπολογίσετε τις γωνίες αυτές.

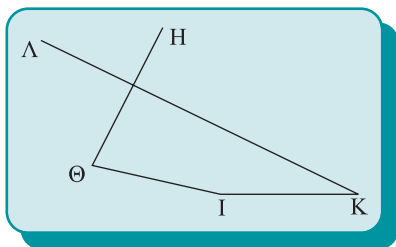


Ευθύγραμμα σχήματα

2.20 Τεθλασμένη γραμμή - Πολύγωνο - Στοιχεία πολυγώνου



Σχήμα 56



Σχήμα 57

Θεωρούμε σημεία που έχουν καθορισμένη σειρά και ανά τρία διαδοχικά δεν είναι συνευθειακά, π.χ. τα A, B, Γ, Δ και E , με την αλφαβητική τους σειρά και θέση, όπως στο σχ.56. Το σχήμα που ορίζουν τα τμήματα $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔE λέγεται **τεθλασμένη γραμμή** ή απλά **τεθλασμένη**. Η τεθλασμένη αυτή συμβολίζεται με $AB\Gamma\Delta E$.

Τα σημεία A, B, Γ, Δ και E λέγονται **κορυφές** της τεθλασμένης και ειδικότερα οι κορυφές A και E λέγονται **άκρα** της. Τα τμήματα $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔE λέγονται **πλευρές** της τεθλασμένης και το άθροισμά τους λέγεται **περίμετρος** της τεθλασμένης.

Μία τεθλασμένη λέγεται **απλή**, όταν δύο οποιεσδήποτε μη διαδοχικές πλευρές της δεν έχουν κοινό εσωτερικό σημείο. Έτσι, η τεθλασμένη $AB\Gamma\Delta E$ (σχ.56) είναι απλή, ενώ η $H\Theta I\Lambda$ (σχ.57) δεν είναι.

Μία τεθλασμένη λέγεται **κυρτή**, όταν ο φορέας κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες κορυφές της προς το ίδιο μέρος του,

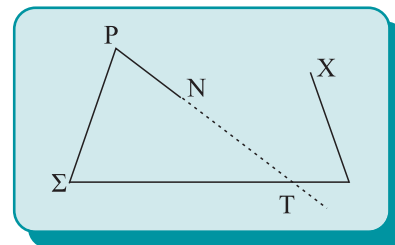
ΤΑ ΒΑΣΙΚΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΧΗΜΑΤΑ

διαφορετικά λέγεται **μη κυρτή**. Έτσι η γραμμή ΑΒΓΔΕ (σχ.56) είναι κυρτή, ενώ οι ΗΘΙΚΛ (σχ.57) και ΝΡΣΤΧ (σχ.58) είναι μη κυρτές.

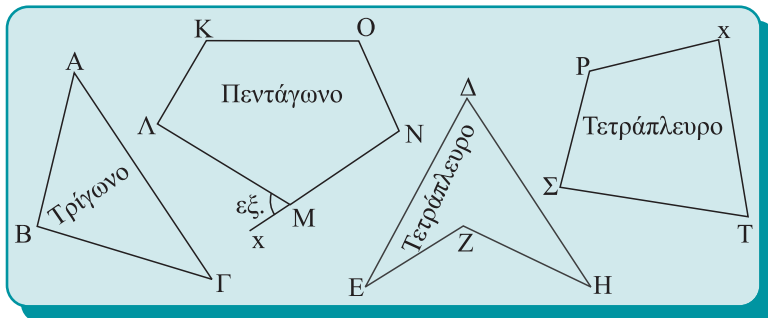
Επίσης, μια τεθλασμένη, της οποίας τα άκρα ταυτίζονται, λέγεται **κλειστή**, π.χ. η ΑΒΓΔΕ, όπου το Α ταυτίζεται με το Ε (σχ.59).

Μια κλειστή και απλή τεθλασμένη λέγεται **πολύγωνο**.

Αν η τεθλασμένη είναι κυρτή, τότε το πολύγωνο λέγεται **κυρτό**, ενώ αν είναι μη κυρτή, το πολύγωνο λέγεται **μη κυρτό**.



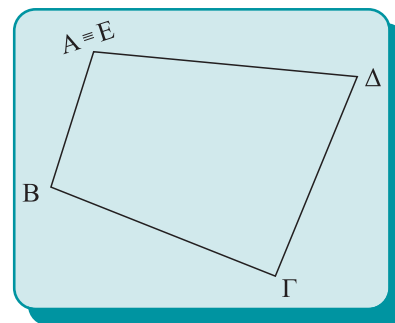
Σχήμα 58



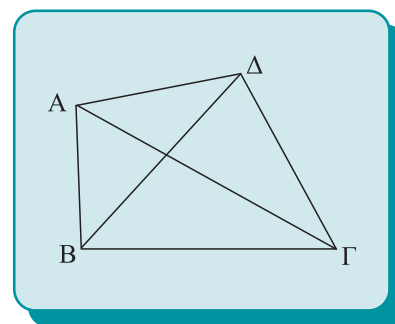
Σχήμα 60

Για παράδειγμα, τα πολύγωνα ΑΒΓ (σχ.60) και ΚΛΜΝΟ (σχ.60) είναι κυρτά, ενώ το ΔΕΖΗ (σχ.60) είναι μη κυρτό. Το πολύγωνο με τρεις κορυφές λέγεται **τρίγωνο** (σχ.60), με τέσσερις **τετράπλευρο** (σχ.60), με πέντε **πεντάγωνο** (σχ.60) και γενικά με n , **n -γωνο**. Στο εξής λέγοντας πολύγωνο θα εννοούμε κύρτο πολύγωνο.

Κάθε τμήμα που έχει άκρα δύο μη διαδοχικές κορυφές του πολυγώνου λέγεται **διαγώνιος** του πολυγώνου. Έτσι τα τμήματα ΑΓ και ΒΔ είναι οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ (σχ.61).



Σχήμα 59



Σχήμα 61

Γωνίες πολυγώνου λέγονται οι γωνίες που σχηματίζουν οι πλευρές του. Σε ένα κυρτό πολύγωνο τα κοινά εσωτερικά σημεία των γωνιών τους λέγονται **εσωτερικά** σημεία του πολυγώνου και αποτελούν το **εσωτερικό** του πολυγώνου.

Εξωτερική γωνία πολυγώνου λέγεται κάθε γωνία που είναι εφεξής και παραπληρωματική μιας εσωτερικής γωνίας του. Για να τη σχηματίσουμε, αρκεί να προεκτείνουμε μια πλευρά του πολυγώνου, π.χ. η γωνία $\hat{\Lambda M x}$ (σχ. 60) είναι εξωτερική γωνία του πενταγώνου ΚΛΜΝΟ και συμβολίζεται $\hat{M}_{\epsilon\acute{\xi}}$.