

Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να βρείτε τις τιμές των α, β για τις οποίες η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \eta\mu x & , x < \pi \\ \alpha x + \beta & , x \geq \pi \end{cases}, \text{ είναι παραγωγίσιμη στο } x_0 = \pi.$$

2. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$ και το σημείο $A(\xi, f(\xi))$, $\xi \neq 0$ της γραφικής παράστασης της f . Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A(\xi, f(\xi))$ και $B(-\xi, 0)$ εφάπτεται της C_f στο A .
3. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f(x) = x^3$ σε οποιοδήποτε σημείο της $M(a, a^3)$, $a \neq 0$ έχει με αυτήν και άλλο κοινό σημείο N εκτός του M . Στο σημείο N η κλίση της C_f είναι τετραπλάσια της κλίσης της στο M .
4. Έστω ε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{x}$ σε ένα σημείο της $M\left(\xi, \frac{1}{\xi}\right)$. Αν A, B είναι τα σημεία στα οποία η ε τέμνει τους άξονες x' και y' αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι
- Το M είναι μέσο του AB .
 - Το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι σταθερό, δηλαδή ανεξάρτητο του $\xi \in \mathbb{R}^*$.