

**Β' ΟΜΑΔΑΣ**

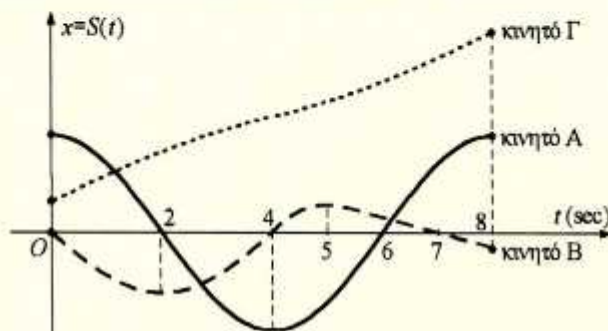
1. Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης  $f(x) = 2 - x + \chi\eta\mu |x|$  στο σημείο  $x_0 = 0$ .
2. Αν για μία συνάρτηση  $f$  ισχύει  $f(1+h) = 2 + 3h + 3h^2 + h^3$ , για κάθε  $h \in \mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι:
  - i)  $f(1) = 2$
  - ii)  $f'(1) = 3$ .
3. Αν  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x}, & x < 0 \\ \eta\mu x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ , να αποδείξετε ότι ορίζεται εφαπτομένη της γραφικής παράστασης στο σημείο  $A(0,1)$  και σχηματίζει με τον άξονα των  $x$  γωνία  $\frac{\pi}{4}$ .
4. Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sigma\upsilon\eta x}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  στο  $x_0 = 0$ .
5. Αν  $x+1 \leq f(x) \leq x^2 + x + 1$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι:
  - i)  $f(0) = 1$
  - ii)  $1 \geq \frac{f(x) - f(0)}{x} \geq x+1$ , για  $x < 0$  και  
 $1 \leq \frac{f(x) - f(0)}{x} \leq x+1$ , για  $x > 0$
  - iii)  $f'(0) = 1$ .
6. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο σημείο  $x_0 = 0$  και για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει:
$$\eta\mu^2 x - x^4 \leq x f(x) \leq \eta\mu^2 x + x^4$$
να αποδείξετε ότι
  - i)  $f(0) = 0$
  - ii)  $f'(0) = 1$ .
7. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο 0 και  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ , να αποδείξετε ότι:
  - i)  $f(0) = 0$
  - ii)  $f'(0) = 4$ .

8. Να αποδείξετε ότι, αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε

$$\text{i) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h} = -f'(x_0)$$

$$\text{ii) } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h} = 2f'(x_0).$$

9. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων θέσεως τριών κινητών που κινήθηκαν πάνω στον άξονα  $x$  στο χρονικό διάστημα από 0sec έως 8sec. Να βρείτε:



- i) Ποιο κινητό ξεκίνησε από την αρχή του άξονα κίνησης;
- ii) Ποιο κινητό κινήθηκε μόνο προς τα δεξιά;
- iii) Ποιο κινητό άλλαξε φορά κίνησης τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ sec}$ , ποιο τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ sec}$  και ποιο τη χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ sec}$ ;
- iv) Ποιο κινητό κινήθηκε προς τα αριστερά σε όλο το χρονικό διάστημα από 0sec έως 4sec;
- v) Ποιο κινητό τερμάτισε πιο κοντά στην αρχή του άξονα κίνησης;
- vi) Ποιο κινητό διάνυσε το μεγαλύτερο διάστημα;