

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

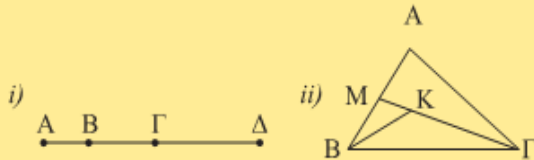
1. Δύο διαφορετικές ευθείες μπορεί να έχουν:
- i) κανένα κοινό σημείο
 - ii) ένα κοινό σημείο
 - iii) δύο κοινά σημεία
 - iv) άπειρα κοινά σημεία
- Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
2. Στο παρακάτω σχήμα ποιες ημιευθείες ορίζονται:
- i) με αρχή το A,
 - ii) με αρχή το B.



Ποιες από αυτές είναι αντικείμενες;

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να γράψετε τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται από όλα τα σημεία των παρακάτω σχημάτων:



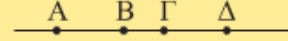
2. Σχεδιάστε τρεις ευθείες, οι οποίες να τέμνονται ανά δυο, χωρίς να διέρχονται όλες από το ίδιο σημείο και βρείτε: i) πόσα είναι τα σημεία τομής των ευθειών, ii) πόσες ημιευθείες και πόσα ευθύγραμμα τμήματα ορίζονται.
3. Σε ευθεία ϵ παίρνουμε τα διαδοχικά σημεία A, B, Γ και Δ ώστε $AB = \Gamma\Delta$. Να δικαιολογήσετε ότι $A\Gamma = B\Delta$.
4. Σε ευθεία ϵ παίρνουμε τα διαδοχικά σημεία A, B και Γ. Αν M και N τα μέσα των AB και BΓ αντίστοιχα, να δικαιολογήσετε ότι $A\Gamma = 2MN$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

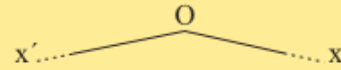
1. Σε ευθεία ϵ παίρνουμε τα διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα AB, BΓ, ΓΔ. Αν E, Z είναι τα μέσα των AB και ΓΔ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

i) $EZ = \frac{A\Delta + B\Gamma}{2}$, ii) $A\Gamma + B\Delta = A\Delta + B\Gamma$.

3. Τα σημεία A, B, Γ και Δ είναι συνευθειακά. Αν το B είναι μεταξύ των A, Γ και το Γ μεταξύ των A, Δ, να δικαιολογήσετε γιατί το Γ είναι μεταξύ των B, Δ.



4. Οι ημιευθείες Ox' και Ox του παρακάτω σχήματος είναι αντικείμενες;



5. Πόσες ευθείες ορίζουν τρία διαφορετικά σημεία;

2. Σε ευθεία ϵ θεωρούμε τμήμα AB, το μέσο του M, Γ τυχαίο εσωτερικό σημείο του τμήματος MB και Δ τυχαίο σημείο εξωτερικό του τμήματος AB. Να αποδείξετε ότι:

i) $GM = \frac{\Gamma A - \Gamma B}{2}$, ii) $\Delta M = \frac{\Delta A + \Delta B}{2}$.

3. i) Να αποδείξετε ότι για κάθε τριάδα συνευθειακών σημείων A, B, Γ, ισχύει $AB \leq A\Gamma + \Gamma B$.
 ii) Αν τα σημεία A, B, Γ, Δ είναι συνευθειακά, να αποδείξετε ότι $A\Delta \leq A\Gamma + \Gamma B + B\Delta$.

Σύνθετα θέματα

1. Αν A, B, Γ είναι τρία συνευθειακά σημεία και Δ, E τα μέσα των AB, AΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι

$$\Delta E = \frac{B\Gamma}{2}.$$

2. Από μια περιοχή διέρχονται τέσσερις ευθείες οδοί, έτσι ώστε ανά δύο να διασταυρώνονται και ανά τρεις να μη διέρχονται από το ίδιο σημείο. Η τροχαία για να διευκολύνει την κίνηση θέλει να τοποθετήσει έναν τροχονόμο σε κάθε διασταύρωση. Πόσοι τροχονόμοι χρειάζονται; Να εξετασθεί το ίδιο πρόβλημα για n δρόμους ($n \geq 2$).