ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΚΠΑ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ (2003/2004)
(Εύρεση αθροίσματος n όρων με τη μέθοδο της επαγωγής)

Να δειχτεί επαγωγικά ότι $1+2+...+n=\frac{1}{2}n(n+1)$, $\forall n\in\mathbb{N}$

Υποδειγματική Λύση

Έστω $P(n)$ η πρόταση που θέλουμε να αποδείξουμε.

Για $n=1$:

$1=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot(1+1)$ ➔ $1=1$ ➔ $P(1)$ αληθής

Έστω ότι ισχύει για $n=k$:

$1+2+...+k=\frac{1}{2}k(k+1)$

Θα αποδείξουμε ότι η πρόταση ισχύει για $n=k+1$:

(Δηλαδή ότι $1+2+...+k+(k+1)=\frac{1}{2}(k+1)(k+2)$)

$$1+2+...+k+(k+1)=$$

$$=[1+2+...+k]+(k+1)=$$

$$=\frac{1}{2}k(k+1)+(k+1)=$$

$$=(k+1)(\frac{1}{2}k+1)=$$

$$=\frac{1}{2}2(k+1)(\frac{1}{2}k+1)=\frac{1}{2}(k+1)(k+2)$$

Επομένως $P(k+1)$ ισχύει.

Άρα $P(n)$ αληθής.