

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**1.9. Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις****Κατανόησης - σχετικά εύκολες**

1. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες όχι;

α) Η παράσταση $\frac{2}{x-2}$ ορίζεται όταν $x = 2$.

β) Στην παράσταση $\frac{x}{x+2}$ μπορούμε να απλοποιήσουμε το x και να γράψουμε $\frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$.

γ) Η παράσταση $\frac{2}{x}$ ορίζεται όταν $x \neq 0$.

δ) Ισχύει ότι $\frac{x^4 - 4}{x - 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = x + 2$ για κάθε πραγματικό αριθμό x .

ε) Η παράσταση $\frac{2}{x^2 + 3}$ ορίζεται για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Απαντήσεις

α) Είναι λάθος. Η παράσταση $\frac{2}{x-2}$ **δεν** ορίζεται όταν $x = 2$.

β) Είναι λάθος. Δεν μπορούμε να απλοποιήσουμε το x . Θα πρέπει να είναι παράγοντας και στον αριθμητή και στον παρονομαστή.

γ) Είναι σωστό. Η παράσταση $\frac{2}{x}$ ορίζεται όταν $x \neq 0$.

δ) Είναι λάθος. Ισχύει ότι $\frac{x^4 - 4}{x - 2} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = x + 2$ για κάθε $x \neq 2$.

ε) Είναι σωστό. Η παράσταση $\frac{2}{x^2+3}$ ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό x αφού για κάθε πραγματικό αριθμό x , $x^2+3 > 0$.

2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις.

α) $\frac{2x}{4x^5}$ β) $\frac{x^3y^2}{4x^2y}$ γ) $\frac{25a^2b^2c}{45a^2b}$

Λύση

α) $\frac{2x}{4x^5} = \frac{1}{2x^4}$ β) $\frac{x^3y^2}{4x^2y} = \frac{xy}{4}$ γ) $\frac{25a^2b^2c}{45a^2b} = \frac{5bc}{9}$

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις.

α) $\frac{1}{4x}$ β) $\frac{x^3y}{4x-1}$ γ) $\frac{2}{5a^2}$ δ) $\frac{x^3y}{4x(x-1)}$

Λύση

Ουσιαστικά αποκλείουμε τους αριθμούς που μηδενίζουν τον αντίστοιχο παρονομαστή. Αν χρειαστεί λύνουμε την κατάλληλη εξίσωση.

α) Για να ορίζεται η παράσταση $\frac{1}{4x}$ θα πρέπει $x \neq 0$

β) Για να ορίζεται η παράσταση $\frac{x^3y}{4x-1}$ θα πρέπει $4x-1 \neq 0$

Όμως $4x-1=0 \Leftrightarrow 4x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$ άρα πρέπει $x \neq \frac{1}{4}$

γ) Για να ορίζεται η παράσταση $\frac{2}{5a^2}$ θα πρέπει $a \neq 0$

δ) Για να ορίζεται η παράσταση $\frac{x^3 y}{4x(x-1)}$ θα πρέπει

Όμως $4x(x-1)=0 \Leftrightarrow 4x=0$ ή $(x-1)=0$ άρα $x=0$ ή $x=1$

Οπότε πρέπει $x \neq 0$ και $x \neq 1$.

4. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις.

α) $\frac{2x-4}{x-2}$ β) $\frac{x-4}{4x^2-64}$ γ) $\frac{6a^2-6}{a+1}$ δ) $\frac{x^3-x}{x^2-x}$

ε) $\frac{1-y^2}{y-1}$ στ) $\frac{1-2y+y^2}{y-1}$ ζ) $\frac{3x^2-2x}{9x^2-4}$

Λύση

Για να απλοποιήσουμε θα πρέπει να παραγοντοποιήσουμε τους όρους του κλάσματος.

α) $\frac{2x-4}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x-2} = 2$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq 2$.

β) $\frac{x-4}{4x^2-64} = \frac{x-4}{4(x^2-16)} = \frac{x-4}{4(x-4)(x+4)} = \frac{1}{4(x+4)}$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq 4$ και $x \neq -4$.

γ) $\frac{6a^2-6}{a+1} = \frac{6(a^2-1)}{a+1} = \frac{6(a-1)(a+1)}{a+1} = 6(a-1)$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $a \neq -1$.

δ) $\frac{x^3-x}{x^2-x} = \frac{x(x^2-1)}{x(x-1)} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = (x+1)$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq 0$ και $x \neq 1$.

$$\epsilon) \quad \frac{1-y^2}{y-1} = \frac{(1-y)(1+y)}{y-1} = \frac{(1-y)(1+y)}{-(1-y)} = -(1+y) = -1-y$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $y \neq 1$.

$$\sigma\tau) \quad \frac{1-2y+y^2}{y-1} = \frac{(y-1)^2}{y-1} = y-1$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $y \neq 1$.

$$\zeta) \quad \frac{3x^2-2x}{9x^2-4} = \frac{x(3x-2)}{(3x)^2-2^2} = \frac{x(3x-2)}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{x}{3x+2}$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq -\frac{2}{3}$ και $x \neq \frac{2}{3}$.

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

5. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις.

$$\begin{array}{lll} \alpha) \quad \frac{xy-x-y+1}{x-1} & \beta) \quad \frac{(x+1)^2-4x}{x^2-1} & \gamma) \quad \frac{a(a-5)-a^2+25}{a^2-6a+5} \\ \delta) \quad \frac{t^2-2tx^2+x^4}{x^4-t^2} & \epsilon) \quad \frac{x^3-125}{x^2-7x+10} & \end{array}$$

Λύση

$$\alpha) \quad \frac{xy-x-y+1}{x-1} = \frac{x(y-1)-(y-1)}{x-1} = \frac{(x-1)(y-1)}{x-1} = y-1$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq 1$.

$$\beta) \frac{(x+1)^2 - 4x}{x^2 - 1} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 4x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq -1$ και $x \neq 1$.

$$\gamma) \frac{a(a-5) - a^2 + 25}{a^2 - 6a + 5} = \frac{a(a-5) - (a^2 - 5^2)}{a^2 - a - 5a + 5} = \frac{a(a-5) - (a-5)(a+5)}{a(a-1) - 5(a-1)} =$$

$$\frac{(a-5)(a-a-5)}{(a-5)(a-1)} = \frac{-5}{a-1}$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $a \neq 5$ και $a \neq 1$.

$$\delta) \frac{t^2 - 2tx^2 + x^4}{x^4 - t^2} = \frac{(t-x^2)^2}{(x^2-t)(x^2+t)} = \frac{(x^2-t)^2}{(x^2-t)(x^2+t)} = \frac{x^2-t}{x^2+t}$$

Η παράσταση ορίζεται όταν $x^4 - t^2 \neq 0$.

$$\epsilon) \frac{x^3 - 125}{x^2 - 7x + 10} = \frac{x^3 - 5^3}{x^2 - 5x - 2x + 2 \cdot 5} = \frac{(x-5)(x^2 + 5x + 25)}{x(x-5) - 2(x-5)} =$$

$$\frac{(x-5)(x^2 + 5x + 25)}{(x-5)(x-2)} = \frac{x^2 + 5x + 25}{x-2}$$

Η παράσταση ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό $x \neq 5$ και $x \neq 2$.

6. α) Να δείξετε ότι $\frac{x^3 + y^3}{x+y} - xy = (x-y)^2$

β) Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{101^3 + 1}{102} - 101$

Λύση

$$\alpha) \frac{x^3 + y^3}{x+y} - xy = \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{x+y} - xy = x^2 - xy + y^2 - xy$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$$

β) Η παράσταση $\frac{101^3+1}{102}-101$ είναι ίδια με την προηγούμενη αν βάλουμε $x=101$

και $y=1$.

$$\text{Άρα } \frac{101^3+1}{102}-101 = \frac{101^3+1}{101+1}-101 \cdot 1 = (101-1)^2 = 100^2 = 10000.$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



ARNOS
Online Education

...Πράξεις Παιδείας!