Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.3. Πολυώνυμα – Πρόσθεση και αφαίρεση πολυωνύμων

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Να γράψετε τα πολυώνυμα κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x.

α) $P(x) = 7x - x^2 + 12x^4 + 10 + x^3$ **β)** $Q(x) = 8x^3 + 2x^5 + 1$

γ) $A(x) = - x^2 + 7 + 4x^3 + 2x^7$ **δ)** $B(x) = 5x^2 - x^4 - 50$

Λύση

α) $P(x) = 12x^4 + x^3 - x^2 + 7x + 10$

β) $Q(x) = 2x^5 + 8x^3 + 1$

γ) $A(x) = - x^2 + 7 + 4x^3 + 2x^7$

δ) $B(x) = - x^4 + 5x^2 - 50$

2. Τα πολυώνυμα Α(x), Β(x) και Γ(x) έχουν βαθμούς 3, 5 και 3 αντιστοίχως.

α) Να βρείτε το βαθμό του πολυώνυμου Α(x) + Β(x).

β) Αν το πολυώνυμο Α(x) + Γ(x) δεν είναι το μηδενικό, τι βαθμό μπορεί να έχει;

Λύση

Αν το άθροισμα δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι μη μηδενικό πολυώνυμο, τότε ο βαθμός του είναι ίσος ή μικρότερος από το μέγιστο των βαθμών των δυο πολυωνύμων.

α) Το πολυώνυμου Α(x) + Β(x) θα έχει βαθμό 5 (Με το άθροισμα αν οι βαθμοί δεν συμπίπτουν το εξαγόμενο πολυώνυμο έχει βαθμό το μεγαλύτερο των δύο πολυωνύμων)

β) Το πολυώνυμο Α(x) + Γ(x) δεν είναι το μηδενικό μπορεί να έχει βαθμό 3 ή 2 ή 1 ή 0.

3. Δίνεται το πολυώνυμο $A = -2xy^3 + 4y^3 + 2x^4 - xy^3$.

α) Να βρείτε την αριθμητική του τιμή για x = 1 και y = −1.

β) Να γράψετε το πολυώνυμο κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του y.

Ποιος είναι ο βαθμός του ως προς x και y;

Λύση

α) Για x = 1 και y = −1 έχουμε

$$A=-2\cdot 1\cdot(-1)^3+4(-1)^3+2\cdot 1^4-1\cdot(-1)^3=2-4+2+1=1$$

β) **A = $-3xy^3+4y^3+2x^4$**

Ο βαθμός του ως προς x και y είναι 4. (Ο βαθμό; του μονωνύμου με το μεγαλύτερο βαθμό)

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

4. Να κάνετε τις πράξεις:

i) $2x+3x+(4x^2-5x-6)$ **ii)** $(3x-4x^3)-(2x^2+3x^3)$

iii) $\frac{1}{4}x^2-4x^3-(x^2+5x-x^3+7)$ **iv)** $0,2x-2,3x^2-(4x^2-2,3x-15)$

Λύση

i) $2x+3x+(4x^2-5x-6)=2x+3x+4x^2-5x-6=4x^2-6$

ii) $(3x-4x^3)-(2x^2+3x^3)=3x-4x^3-2x^2-3x^3=-7x^3-2x^2+3x$

5. Αν $P(x)=(-x^2+4x-3)-(x^2-5x+10)+(3x^2+x)$ και $Q(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, να βρείτε τις τιμές των α, β, γ, ώστε τα πολυώνυμα P(x) και Q(x) να είναι ίσα.

Λύση

$P(x)=(-x^2+4x-3)-(x^2-5x+10)+(3x^2+x)$

$=-x^2+4x-3-x^2+5x-10+3x^2+x=x^2+10x-3$

Δυο πολυώνυμα $\alpha_\mu x^\mu+\ldots+\alpha_1 x+\alpha_0$ και $\beta_\nu x^\nu+\ldots+\beta_1 x+\beta_0$,

θα λέμε ότι είναι ίσα όταν $\mu=\nu$ και $\alpha_0=\beta_0$, $\alpha_1=\beta_1$, …, $\alpha_\nu=\beta_\nu$

Τα πολυώνυμα $P(x)=x^2+10x-3$ και $Q(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$ είναι ίσα αν α = 1 , β = 10 και γ = −3

6. Αν $A(x) = 5x^3 - x^2 + x - 4$, $B(x) = -x^3 + 5x - 2$ και $Π(x) = 3x^2 - 2x + 5$, να βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $A(x) - B(x)$

β) $A(x) + Π(x)$

γ) $Π(x) - [A(x) - B(x)]$

Λύση

α) $A(x) - B(x) = 5x^3 - x^2 + x - 4 + x^3 - 5x + 2 = 6x^3 - x^2 - 4x - 2$

β) $A(x) + Π(x) = 5x^3 - x^2 + x - 4 + 3x^2 - 2x + 5 = 5x^3 + 2x^2 - x \;\; x + \mathbf{1}$

γ) $Π(x) - [A(x) - B(x)] = 3x^2 - 2x + 5 - [6x^3 - x^2 - 4x - 2]$

$= 3x^2 - 2x + 5 - 6x^3 + x^2 + 4x + 2 = -6x^3 + 4x^2 + 2x + 7$

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

8. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

α) Να βρείτε το πολυώνυμο $P(2x)$

β) Να βρείτε το πολυώνυμο $P(-x)$

γ) Να βρείτε το πολυώνυμο $R(x) = P(2x) - P(-x)$

δ) Να βρείτε την τιμή του $R(x)$ **για** $x = -3$

Λύση

α) Βάζουμε όπου x το 2x

$P(2x) = 2(2x)^2 - 3(2x) + 1 = 4x^2 - 6x + 1$

β) Βάζουμε όπου x το $-$ x

$P(-x)=2(-x)^2-3(-x)+1=2x^2+3x+1$

γ) $R(x)=P(2x)-P(-x)=4x^2-6x+1-(2x^2+3x+1)$

$=4x^2-6x+1-2x^2-3x-1=2x^2-9x$

δ) Βάζουμε όπου x το -3

$R(-3)=2(-3)^2-9(-3)=18+27=45$