

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΜΕΡΟΣ Β - ΑΝΑΛΥΣΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

1.1. ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Κατανόησης - σχετικά εύκολες

1. Στην στήλη Α του παρακάτω πίνακα, υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί. Στην στήλη του Β, είναι υποσύνολα των πραγματικών αριθμών. Αντιστοιχίστε τον κάθε αριθμό της πρώτης στήλης, στο υποσύνολο που περιέχεται από τη δεύτερη στήλη.

Στήλη Α Πραγματικοί αριθμοί	Στήλη Β Υποσύνολα των πραγματικών αριθμών
α. 0	1. Ακεραίων
β. -5	2. Θετικών ακεραίων (Φυσικοί)
γ. $\sqrt{3}$	3. Αρνητικών ακεραίων
δ. π	4. Ρητών
ε. e	5. Αρρήτων
ζ. 3^{-1}	
η. $3^{\frac{2}{3}}$	
θ. 2,25	
ι. 7	

2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

α. Οι φυσικοί αριθμοί, περιέχονται στο σύνολο των ρητών. Δηλαδή ισχύει:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$$

β. Ο αριθμός $\frac{\sqrt{2}}{1}$ είναι ρητός αφού μπορεί να γραφεί σαν κλάσμα.

γ. Αν \mathbb{Q} είναι το σύνολο των ρητών αριθμών και \mathbb{Q}' το σύνολο των άρρητων, ισχύει:

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \emptyset$$

δ. Αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ ισχύουν οι παρακάτω ιδιότητες

I. $\alpha, \beta \geq 0$ και $v \in \mathbb{N}^*$ τότε $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha^v \geq \beta^v$

II. $\frac{\alpha}{\beta} \geq 0 \Leftrightarrow \alpha\beta \geq 0$ και $\beta \neq 0$

III. Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$ τότε $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} \leq \frac{1}{\beta}$

IV. $\begin{cases} \alpha \geq \beta \\ \gamma \geq \delta \end{cases}$, τότε $\alpha\gamma \geq \beta\delta$.

ε. Για κάθε πραγματικό αριθμό x , ισχύει η ισοδυναμία:

$$|x| < 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$$

στ. Το σύνολο: $A = \{x \in \mathbb{R} : x - 3 > 0\}$

εκφράζει το διάστημα: $3, +\infty$

ζ. Αν είναι $x \in 5,7 \cup 3,4$, συνεπάγεται ότι:

$$3 \leq x < 4 \quad \text{ή} \quad 5 < x < 7$$

η. Για κάθε πραγματικό αριθμό α , ισχύει: $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

θ. Οι πραγματικοί θετικοί ακέραιοι που ικανοποιούν τη σχέση:

$$|x-1| < 2$$

είναι τα στοιχεία του συνόλου: $A = 0, 1, 2, 3$

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

3. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος, το σύνολο:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{1}{x-1} \leq 1 \right\}$$

4. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος, το σύνολο:

$$A = \{ x \in \mathbb{R} / |x-3| < 2 \}$$

5. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος το σύνολο:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}^* / \frac{x^2-1}{x^2+|x|} \geq 0 \right\}$$

6. Αν είναι:

$$x \in \alpha, \beta \cup \beta, \gamma$$

με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, να περιγράψετε το σύνολο που περιέχει το x

7. Αν είναι $\alpha < \beta < \gamma$ και $x \in \alpha, \gamma \cap \beta, \gamma$, να περιγραφεί το σύνολο που περιέχει το $x \in \mathbb{R}$.

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

8. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος το σύνολο:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}^* / 1 - \frac{1}{|x|} \leq 0 \right\}$$

9. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος το σύνολο:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^* / \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \leq 0 \right\}$$

10. Να προσδιοριστεί το διάστημα στο οποίο περιέχεται το x , ώστε να ισχύει:

$$|x+1| - |x-1| \leq 0$$

11. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος, το σύνολο:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / x - \frac{1}{x} < 0 \right\}$$

12. Να γραφεί υπό μορφή διαστήματος το σύνολο:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R}^* / \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} < 0 \right\}$$

