

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο**1.10. Πράξεις ρητών αλγεβρικών παραστάσεων****Α. Πολλαπλασιασμός και διαίρεση ρητών αλγεβρικών παραστάσεων****Κατανόησης - σχετικά εύκολες**

1. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες όχι;

α) $x \cdot \frac{2}{x} = \frac{2x}{x^2}$

β) $\frac{a}{b} \cdot \frac{2-t}{x-y} = \frac{2a-t}{bx-y}$

γ) $\frac{a-2}{a-3} \div \left(\frac{a-2}{a-3} \right)^{-1} = 1$

δ) $\frac{a-2}{a-3} \cdot \frac{a-3}{a-2} = 1$

ε) $x \cdot \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x} = y^2$

Απαντήσεις

α) Είναι λάθος. Το σωστό είναι $x \cdot \frac{2}{x} = \frac{2x}{x} = 2$

β) Είναι λάθος. Το σωστό είναι $\frac{a}{b} \cdot \frac{2-t}{x-y} = \frac{2a-at}{bx-by}$

γ) Είναι λάθος. Το σωστό είναι $\frac{a-2}{a-3} \div \left(\frac{a-2}{a-3} \right)^{-1} = \frac{a-2}{a-3} \div \left(\frac{a-3}{a-2} \right) = \frac{a-2}{a-3} \cdot \left(\frac{a-2}{a-3} \right)$

δ) Είναι σωστό.

ε) Είναι λάθος. Το σωστό είναι $x \cdot \frac{y}{x} \cdot \frac{y}{x} = \frac{xy}{x} \cdot \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x}$

2. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\begin{array}{lll} \alpha) \frac{2y}{4x^5} \cdot \frac{x}{y^2} & \beta) 4x \cdot \frac{x^2}{24xy} & \gamma) \frac{25a^2}{34a^2b} \cdot 17ab^3 \\ \delta) (-7x) \cdot \left(-\frac{2y}{4x^5}\right) & \epsilon) 4x \cdot \frac{x^2}{24xy} \cdot \frac{8xa}{y^2} \cdot \frac{3ay^2}{x^3} & \sigma\tau) \frac{x^2}{a^2z^2} \cdot \frac{az^3}{\gamma^2x} \cdot \frac{a^4y^3}{zx} \cdot \frac{\gamma^3}{a^3y^3} \end{array}$$

Λύση

$$\begin{array}{lll} \alpha) \frac{2y}{4x^5} \cdot \frac{x}{y^2} = \frac{2yx}{4x^5y^2} = \frac{1}{2x^4y} \\ \beta) 4x \cdot \frac{x^2}{24xy} = \frac{4x^3}{24xy} = \frac{x^2}{6y} \\ \gamma) \frac{25a^2}{34a^2b} \cdot 17ab^3 = \frac{25a^2 \cdot 17ab^3}{34a^2b} = \frac{25ab^2}{2} \\ \delta) (-7x) \cdot \left(-\frac{2y}{4x^5}\right) = \frac{14xy}{4x^5} = \frac{7y}{2x^4} \\ \epsilon) 4x \cdot \frac{x^2}{24xy} \cdot \frac{8xa}{y^2} \cdot \frac{3ay^2}{x^3} = \frac{4x \cdot x^2 \cdot 8xa \cdot 3ay^2}{24xy \cdot y^2 \cdot x^3} = \frac{4x^4a^2y^2}{y^3 \cdot x^4} = \frac{4a^2}{y} \\ \sigma\tau) \frac{x^2}{a^2z^2} \cdot \frac{az^3}{\gamma^2x} \cdot \frac{a^4y^3}{zx} \cdot \frac{\gamma^3}{a^3y^3} = \frac{x^2 \cdot az^3 \cdot a^4y^3 \cdot \gamma^3}{a^2z^2 \cdot \gamma^2x \cdot zx \cdot a^3y^3} = \frac{x^2z^3a^5y^3\gamma^3}{z^3\gamma^2x^2a^5y^3} = \gamma \end{array}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\alpha) \frac{3y}{2x^3} \div \frac{y^2}{4x} \quad \beta) 6 \div \left(-\frac{4}{x}\right) \quad \gamma) \left(-\frac{x}{2y^3}\right) \div \left(-\frac{x^2}{6y}\right)$$

Λύση

$$\alpha) \frac{3y}{2x^3} \div \frac{y^2}{4x} = \frac{3y}{2x^3} \cdot \frac{4x}{y^2} = \frac{2 \cdot 3xy}{x^3y^2} = \frac{6}{x^2y}$$

$$\beta) \quad 6 \div \left(-\frac{4}{x}\right) = -6 \frac{x}{4} = -\frac{3x}{2}$$

$$\gamma) \quad \left(-\frac{x}{2y^3}\right) \div \left(-\frac{x^2}{6y}\right) = \frac{x}{2y^3} \frac{6y}{x^2} = \frac{3}{2xy^2}$$

Εφαρμογής - μέτριας δυσκολίας

4. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\alpha) \quad \frac{x-4}{x+6} \cdot \frac{2x+12}{3x-12}$$

$$\beta) \quad \frac{a+4}{b+8} \cdot \frac{b^2-64}{a-1}$$

$$\gamma) \quad (4x^2-1) \cdot \frac{x+1}{2x^2-x}$$

$$\delta) \quad \frac{3a-6}{a^3} \cdot \frac{a^2}{2-a}$$

Λύση

$$\alpha) \quad \frac{x-4}{x+6} \cdot \frac{2x+12}{3x-12} = \frac{x-4}{x+6} \cdot \frac{2(x+6)}{3(x-4)} = \frac{2}{3}$$

$$\beta) \quad \frac{a+4}{b+8} \cdot \frac{b^2-64}{a-1} = \frac{a+4}{b+8} \cdot \frac{(b+8)(b-8)}{a-1} = \frac{(a+4)(b-8)}{a-1}$$

$\gamma)$

$$(4x^2-1) \cdot \frac{x+1}{2x^2-x} = \frac{(4x^2-1)(x+1)}{x(2x-1)} = \frac{(2x-1)(2x+1)(x+1)}{x(2x-1)} = \frac{(2x+1)(x+1)}{x}$$

$$\delta) \quad \frac{3a-6}{a^3} \cdot \frac{a^2}{2-a} = \frac{3(a-2)}{a^3} \cdot \frac{a^2}{-(a-2)} = -\frac{3}{a}$$

5. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\alpha) \quad \frac{x+1}{5} \div \frac{2x+2}{10}$$

$$\beta) \quad \frac{c+8}{5} \div \frac{c^2-64}{c-8}$$

$$\gamma) \quad \frac{10x^2-5x}{1+4x+4x^2} \div \frac{25x}{2-8x^2}$$

$$\delta) \quad \frac{x^2-1}{x^2+2x} \div \frac{x^3+1}{x^2+4x+4}$$

Λύση

$$\alpha) \quad \frac{x+1}{5} \div \frac{2x+2}{10} = \frac{x+1}{5} \cdot \frac{10}{2(x+1)} = 1$$

$$\beta) \quad \frac{c+8}{5} \div \frac{c^2-64}{c-8} = \frac{c+8}{5} \cdot \frac{c-8}{c^2-64} = \frac{(c+8)(c-8)}{5(c+8)(c-8)} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \gamma) \quad & \frac{10x^2-5x}{1+4x+4x^2} \div \frac{25x}{2-8x^2} = \frac{5x(2x-1)}{(1+2x)^2} \cdot \frac{2(1-4x^2)}{25x} \\ & = \frac{x(2x-1) \cdot 2(1+2x)(1-2x)}{5(1+2x)^2} = \frac{x(2x-1) \cdot 2(1-2x)}{5(1+2x)} = -\frac{2x(2x-1)^2}{5(1+2x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta) \quad & \frac{x^2-1}{x^2+2x} \div \frac{x^3+1}{x^2+4x+4} = \frac{(x-1)(x+1)}{x(x+2)} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^3+1} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)^2}{x(x+2)(x^3+1)} \\ & = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x^2+x+1)} = \frac{(x-1)(x+2)}{x(x^2+x+1)} \end{aligned}$$

Ανάλυσης και εφαρμογής - αυξημένης δυσκολίας

6. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\alpha) \quad \frac{9x^2-6x+1}{x^2-3x+2} \cdot \frac{x^3-1}{9x^2-1} \qquad \beta) \quad \frac{c^2-4}{5} \div \frac{c^2-2c}{c^2-4}$$

$$\gamma) \quad \left(\frac{x-5}{x+3} \div \frac{3x-15}{x^2+3x} \right) \cdot \frac{x-6}{x} \qquad \delta) \quad \frac{c^2-2c}{c^2-4} \div \frac{c+1}{c^2-4}$$

Λύση

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & \frac{9x^2-6x+1}{x^2-3x+2} \cdot \frac{x^3-1}{9x^2-1} = \frac{(3x-1)^2}{x^2-x-2x+2} \cdot \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(3x-1)(3x+1)} = \\ & \frac{(3x-1)}{x(x-1)-2(x-1)} \cdot \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(3x+1)} = \frac{(3x-1)}{(x-1)(x-2)} \cdot \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(3x+1)} = \frac{(3x-1)(x^2+x+1)}{(x-2)(3x+1)} \end{aligned}$$

$$\beta) \quad \frac{c^2 - 4}{5} = \frac{c^2 - 4}{5 \cdot 2(c-2)} = \frac{(c-2)(c+2)}{5 \cdot 2(c-2)} = \frac{c+2}{10}$$

$$\gamma) \quad \left(\frac{x-5}{x+3} \div \frac{3x-15}{x^2+3x} \right) \cdot \frac{x-6}{x} = \left(\frac{x-5}{x+3} \cdot \frac{x^2+3x}{3x-15} \right) \cdot \frac{x-6}{x} = \frac{x-5}{x+3} \cdot \frac{x(x+3)}{3(x-5)} \cdot \frac{x-6}{x}$$

$$= \frac{(x+3)(x-6)}{3}$$

$$\delta) \quad \frac{\frac{c^2-2c}{c+1}}{c^2-4} = \frac{c^2-2c}{(c+1)(c^2-4)} = \frac{c(c-2)}{(c+1)(c-2)(c+2)} = \frac{c}{(c+1)(c+2)}$$

7. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\alpha) \quad \frac{x^2+10x+25}{x-4} \cdot \frac{x^2-x-12}{x+5} \cdot \frac{1}{x+3} \quad \beta) \quad \frac{bx-by+2x-2y}{(b+2)^2} \cdot \frac{bx+by+2x+2y}{x^2-y^2}$$

$$\gamma) \quad \frac{2x^2-13x-7}{x^2-6x-7} \cdot \frac{x^2-x-2}{2x^2-5x-3} \quad \delta) \quad \frac{x^2+x-12}{x^2+x-30} \cdot \frac{x^2+5x-6}{x^2-2x-3} \cdot \frac{x^2+7x+6}{x+3}$$

Λύση

$$\alpha) \quad \frac{x^2+10x+25}{x-4} \cdot \frac{x^2-x-12}{x+5} \cdot \frac{1}{x+3} = \frac{(x+5)^2}{x-4} \cdot \frac{x^2-4x+3x-12}{x+5} \cdot \frac{1}{x+3}$$

$$= \frac{(x+5)}{x-4} \cdot \frac{x(x-4)+3(x-4)}{1} \cdot \frac{1}{x+3} = \frac{(x+5)(x+3)(x-4)}{(x-4)(x+3)} = x+5$$

$$\beta) \quad \frac{bx-by+2x-2y}{(b+2)^2} \cdot \frac{bx+by+2x+2y}{x^2-y^2} = \frac{b(x-y)+2(x-y)}{(b+2)^2} \cdot \frac{b(x+y)+2(x+y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$\frac{(b+2)(x-y)}{(b+2)^2} \cdot \frac{(b+2)(x+y)}{(x-y)(x+y)} = 1$$

$$\gamma) \frac{2x^2-13x-7}{x^2-6x-7} \cdot \frac{x^2-x-2}{2x^2-5x-3} = \frac{2x^2-14x+x-7}{x^2-7x+x-7} \cdot \frac{x^2-2x+x-2}{2x^2-6x+x-3}$$

$$\frac{2x(x-7)+(x-7)}{x(x-7)+(x-7)} \cdot \frac{x(x-2)+(x-2)}{2x(x-3)+(x-3)} = \frac{(2x+1)(x-7)}{(x+1)(x-7)} \cdot \frac{(x+1)(x-2)}{(2x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{(2x+1)(x-7)}{(x+1)(x-7)} \cdot \frac{(x+1)(x-2)}{(2x+1)(x-3)} = \frac{x-2}{x-3}$$

δ)

$$\frac{x^2+x-12}{x^2+x-30} \cdot \frac{x^2+5x-6}{x^2-2x-3} \cdot \frac{x^2+7x+6}{x+3} = \frac{x^2+4x-3x-12}{x^2+6x-5x-30} \cdot \frac{x^2+6x-x-6}{x^2-3x+x-3} \cdot \frac{x^2+6x+x+6}{x+3}$$

$$= \frac{x(x+4)-3(x+4)}{x(x+6)-5(x+6)} \cdot \frac{x(x+6)-(x+6)}{x(x-3)+(x-3)} \cdot \frac{x(x+6)+(x+6)}{x+3}$$

$$= \frac{(x-3)(x+4)}{(x-5)(x+6)} \cdot \frac{(x-1)(x+6)}{(x+1)(x-3)} \cdot \frac{(x+1)(x+6)}{x+3} = \frac{(x+4)(x-1)(x+6)}{(x-5)(x+3)}$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!