

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 2

GI_V_GEO_2_19035

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ και Ε των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα ώστε

$$\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{AG} = \frac{1}{3}. \text{ Από το σημείο Ε φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΒ, η οποία τέμνει την}$$

ΒΓ στο σημείο Ζ.

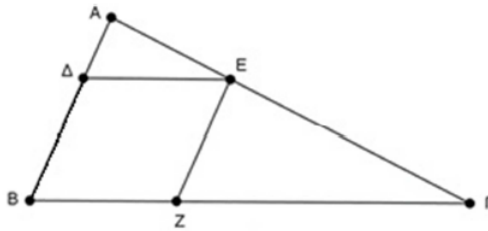
Να αποδείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

β) $3BZ = B\Gamma$.

(Μονάδες 15)



Λύση:

α) Επειδή $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{AG}$ έχουμε $ED \parallel B\Gamma$ (1) (Αντίστροφο του θεωρ. Θαλή)

Επειδή $DE \parallel B\Gamma$ τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΖΕΑ είναι όμοια αφού έχουν τη γωνία Α κοινή και

$\hat{A\hat{E}\hat{D}} = \hat{A}$ (ως εντός εκτός και επί τ' αυτά των $B\Gamma \parallel DE$ καθώς τέμνονται από την ΑΓ) άρα

και $\hat{A\hat{D}\hat{E}} = \hat{B}$

β) Επειδή τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΖΕΑ είναι όμοια, έχουμε $\frac{DE}{B\Gamma} = \frac{AE}{AG} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$

επομένως $B\Gamma = 3DE$ (1)

Επειδή $DE \parallel B\Gamma$ και $EZ \parallel BD$ το ΔΕΖΒ είναι παραλληλόγραμμο άρα $BZ = DE$ και λόγω της (1)

έχουμε $B\Gamma = 3BZ$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – ΜΕδ – Μαθηματικός