Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4 GI_V_GEO_4_19034

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και σημεία Μ, Λ και Ζ πάνω στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα τέτοια, ώστε $AM=\frac{1}{2}AB$, $A\Lambda=\frac{2}{3}A\Gamma$ και $BZ=\frac{1}{3}B\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $(AM\Lambda)=\frac{1}{3}(AB\Gamma)$.

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{(MZ\Lambda)}{(AB\Gamma)}=\frac{5}{18}$.

(Μονάδες 12)

γ) Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(AMZ\Lambda)}{(AB\Gamma)}$.

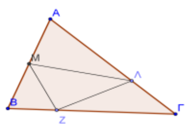
(Μονάδες 6)

Λύση:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΜΛ έχουν κοινή τη γωνία Α άρα

για τα εμβαδά (ΑΒΓ) και (ΑΜΛ) ισχύει:

$$\frac{(AM\Lambda)}{(AB\Gamma)}=\frac{AM\cdot A\Lambda}{AB\cdot A\Gamma}=\frac{\frac{1}{2}AB\cdot\frac{2}{3}A\Gamma}{AB\cdot A\Gamma}=\frac{1}{3}$$



β) Με το ίδιο τρόπο βρίσκουμε

$$\frac{(MBZ)}{(AB\Gamma)}=\frac{1}{6}\quad \kappa\alpha\acute{\iota}\quad \frac{(\Lambda Z\Gamma)}{(AB\Gamma)}=\frac{2}{9},\quad \text{άρα}$$

$$\frac{(MZ\Lambda)}{(AB\Gamma)}=\frac{(AB\Gamma)-(AM\Lambda)-(BMZ)-(\Lambda\Gamma Z)}{(AB\Gamma)}=$$

$$\frac{(AB\Gamma)}{(AB\Gamma)}-\frac{(AM\Lambda)}{(AB\Gamma)}-\frac{(BMZ)}{(AB\Gamma)}-\frac{(\Lambda\Gamma Z)}{(AB\Gamma)}=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{2}{9}=\frac{18-6-3-4}{18}=\frac{5}{18}$$

γ) $$\frac{(AMZ\Lambda)}{(AB\Gamma)}=\frac{(AM\Lambda)+(MZ\Lambda)}{(AB\Gamma)}=\frac{(AM\Lambda)}{(AB\Gamma)}+\frac{(MZ\Lambda)}{(AB\Gamma)}=\frac{1}{3}+\frac{5}{18}=\frac{6+5}{18}=\frac{11}{18}$$