

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 2

GI_V_GEO_2_19033

Δίνεται κυρτό τετράπλευρο ΑΒΓΔ και τα σημεία Ε, Ζ, Η και Θ των πλευρών του ΑΔ,

ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ αντίστοιχα τέτοια, ώστε $\frac{ΑΕ}{ΑΔ} = \frac{ΑΖ}{ΑΒ} = \frac{ΓΗ}{ΓΒ} = \frac{ΓΘ}{ΓΔ} = \frac{1}{3}$.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΕΖ // ΘΗ // ΔΒ.

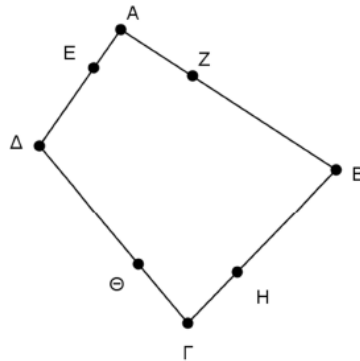
(Μονάδες 10)

β) ΕΖ = ΘΗ = $\frac{1}{3}$ ΔΒ.

(Μονάδες 10)

γ) ΕΖΗΘ παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 5)



Λύση:

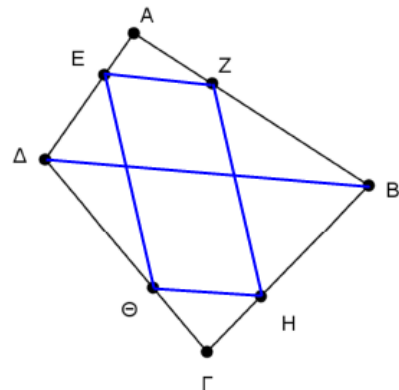
α) Επειδή $\frac{ΑΕ}{ΑΔ} = \frac{ΑΖ}{ΑΒ}$ έχουμε ΖΕ // ΒΔ **(1)**

(Αντίστροφο του θεωρ. Θαλή)

Επειδή $\frac{ΓΘ}{ΓΔ} = \frac{ΓΗ}{ΓΒ}$ έχουμε ΘΗ // ΒΔ **(2)** (Αντίστροφο

του θεωρ. Θαλή)

Από **(1)** και **(2)** έχουμε ΖΕ // ΗΘ // ΒΔ **(3)**



β) Επειδή $ZE \parallel B\Delta$ τα τρίγωνα $AB\Delta$ και ZEA είναι όμοια, άρα $\frac{AE}{AA} = \frac{AZ}{AB} = \frac{EZ}{B\Delta} = \frac{1}{3}$

$$\text{Άρα } EZ = \frac{1}{3}B\Delta \quad (4)$$

Επειδή $H\Theta \parallel B\Delta$ τα τρίγωνα $GB\Delta$ και $GH\Theta$ είναι όμοια, άρα $\frac{GH}{GB} = \frac{G\Theta}{G\Delta} = \frac{H\Theta}{B\Delta} = \frac{1}{3}$

$$\text{Άρα } H\Theta = \frac{1}{3}B\Delta \quad (5)$$

Από (4) και (5) έχουμε $ZE = H\Theta$ και λόγω της (3) $ZE \parallel H\Theta$

Άρα το $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – MEd – Μαθηματικός