

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4

GI_V_GEO_4_19029

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) και σημείο Μ της πλευράς του ΑΔ ώστε $\frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$.

Από το Μ φέρνουμε παράλληλη προς τις βάσεις του τραπέζιου, η οποία τέμνει τις ΑΓ και ΒΓ στα σημεία Κ και Ν αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{AK}{AG} = \frac{1}{3}$

(Μονάδες 6)

β) $\frac{KN}{AB} = \frac{2}{3}$

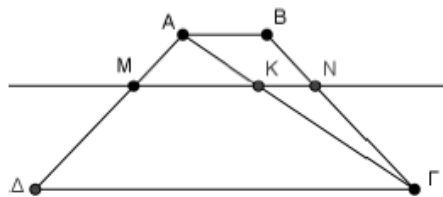
(Μονάδες 6)

γ) $MN = \frac{1}{3} \Gamma\Delta + \frac{2}{3} AB$

(Μονάδες 6)

δ) Ο ισχυρισμός «τα τραπέζια ΑΒΝΜ και ΑΒΓΔ είναι όμοια» είναι αληθής ή ψευδής;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)



Λύση:

α) Επειδή ΜΚ//ΓΔ τα τρίγωνα ΑΜΚ και ΑΔΓ είναι όμοια (έχουν ίσες γωνίες) Άρα

$$\frac{AK}{AG} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$$

β) Επειδή $MK//\Gamma\Delta$ τα τρίγωνα $\Gamma N K$ και $A B \Gamma$ είναι όμοια (έχουν ίσες γωνίες) Άρα

$$\frac{KN}{AB} = \frac{K\Gamma}{A\Gamma} = \frac{A\Gamma - AK}{A\Gamma} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

γ) Από τα όμοια τρίγωνα $A M K$ και $A \Delta \Gamma$ έχουμε $\frac{MK}{\Delta\Gamma} = \frac{AK}{A\Gamma} = \frac{1}{3}$ άρα $MK = \frac{1}{3} \Delta\Gamma$

Από το β) $KN = \frac{2}{3} AB$ άρα $MN = MK + KN = \frac{1}{3} \Delta\Gamma + \frac{2}{3} AB$

δ) Τα τραπέζια $ABNM$ και $AB\Gamma\Delta$ έχουν γωνίες ίσες αλλά δεν έχουν πλευρές ανάλογες αφού

$$\frac{AB}{AB} \neq \frac{MN}{\Delta\Gamma}, \text{ άρα δεν είναι όμοια.}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – MEd – Μαθηματικός