

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 2

GI_V_GEO_2_19026

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τυχαίο σημείο Δ στην πλευρά ΒΓ. Φέρνουμε από το σημείο Δ παράλληλες στις πλευρές ΑΓ και ΑΒ που τέμνουν αντίστοιχα τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Ζ.

Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\Delta E}{\text{ΑΓ}} = \frac{\text{ΒΔ}}{\text{ΒΓ}}$$

(Μονάδες 10)

$$\beta) \frac{\text{ΖΔ}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\Delta \Gamma}{\text{ΒΓ}}$$

(Μονάδες 10)

$$\gamma) \frac{\Delta E}{\text{ΑΓ}} + \frac{\text{ΖΔ}}{\text{ΑΒ}} = 1$$

(Μονάδες 5)

Λύση:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΒ είναι όμοια, αφού έχουν $\hat{A} = \hat{E}_1$ (ως εντός εκτός και επί τ' αυτά των $\text{ΑΓ} // \text{ΔΕ}$ καθώς τέμνονται από την ΕΔ)

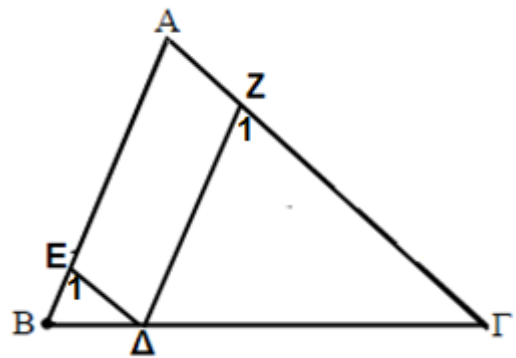
και τη γωνία \hat{B} κοινή

$$\text{Άρα } \frac{\Delta E}{\text{ΑΓ}} = \frac{\text{ΒΔ}}{\text{ΒΓ}} \quad (1)$$

β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΖΓ είναι όμοια, αφού

έχουν $\hat{A} = \hat{Z}_1$ (ως εντός εκτός και επί τ' αυτά των $\text{ΑΒ} // \text{ΔΖ}$ καθώς τέμνονται από την ΑΓ)

$$\text{και τη γωνία } \hat{\Gamma} \text{ κοινή Άρα } \frac{\text{ΖΔ}}{\text{ΑΒ}} = \frac{\Delta \Gamma}{\text{ΒΓ}} \quad (2)$$



γ) Προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις **(1)** και **(2)** και έχουμε

$$\frac{\Delta\epsilon}{\Lambda\Gamma} + \frac{Ζ\Delta}{\Lambda\beta} = \frac{\beta\Delta}{\beta\Gamma} + \frac{\Gamma\Delta}{\beta\Gamma} = \frac{\beta\Delta + \Gamma\Delta}{\beta\Gamma} = \frac{\beta\Gamma}{\beta\Gamma} = 1$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – ΜEd – Μαθηματικός