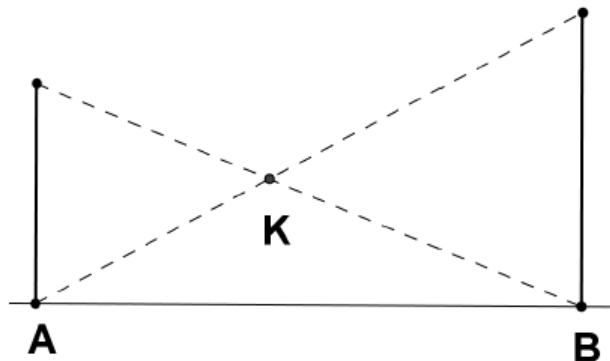


Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4

GI_V_GEO_4_19020

Σε δυο σημεία ενός ευθύγραμμου δρόμου AB βρίσκονται δυο κατακόρυφοι στύλοι ύψους 2 και 3 μέτρων αντίστοιχα. Χρησιμοποιούμε δυο σύρματα για να ενώσουμε την κορυφή του καθενός με τη βάση του άλλου, ώστε τα δυο σύρματα να διασταυρώνονται σε ένα σημείο K (σχήμα).



α) Να βρείτε τα ζεύγη των όμοιων τριγώνων που σχηματίζονται. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

β) Προκειμένου να μετρήσουμε πόσο απέχει από το έδαφος το σημείο K στο οποίο διασταυρώνονται τα σύρματα, μετρήσαμε την απόσταση του K από τον μικρότερο στύλο και την βρήκαμε 4 μέτρα. Αν η απόσταση AB των στύλων ήταν 10 μέτρα, πόσο απείχε το σημείο K από το έδαφος;

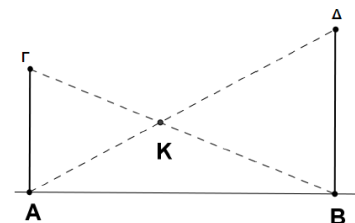
(Μονάδες 9)

γ) Δείξτε ότι όποια και αν είναι η απόσταση AB που απέχουν οι δυο στύλοι μεταξύ τους, η απόσταση του σημείου K, όπου διασταυρώνονται τα δυο σύρματα από το έδαφος, θα είναι η ίδια.

(Μονάδες 8)

Λύση:

α) Τα τρίγωνα KΑΓ και KΒΔ είναι όμοια αφού $\hat{\Delta}\hat{K}\hat{B} = \hat{\Gamma}\hat{K}\hat{A}$ ως κατακορυφήν, $\hat{K}\hat{\Gamma}\hat{A} = \hat{K}\hat{B}\hat{\Delta}$, (ως εντός εναλλάξ των $A\Gamma // \Delta B$



καθώς τέμνονται από την ΒΓ) και $\widehat{K\hat{A}\Gamma} = \widehat{K\hat{L}B}$ (ως εντός εναλλάξ των $ΑΓ//ΔΒ$ καθώς τέμνονται από την ΑΔ)

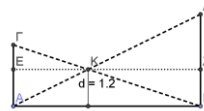
β) Φέρνουμε την $EKZ // AB$. Τότε $KE=4, AB=10,$

$KZ=10-4=6$. Αν $EA = d$ τότε και $ZB = d$

Από τα όμοια τρίγωνα $ΚΑΕ$ και $ΚΖΔ$ (είναι

ορθογώνια και $\widehat{K\hat{A}\Gamma} = \widehat{K\hat{L}B}$) έχουμε

$$\frac{KE}{KZ} = \frac{EA}{Z\Delta} \quad \text{άρα} \quad \frac{4}{6} = \frac{d}{3-d}$$



$$\Leftrightarrow 12 - 4d = 6d \Leftrightarrow 10d = 12 \Leftrightarrow d = 1,2$$

γ) Στα όμοια τρίγωνα $ΚΑΓ$ και $ΚΒΔ$ ο λόγος των αντίστοιχων υψών ισούται με τον λόγο

ομοιότητας. Άρα $\frac{KA}{KB} = \frac{KE}{KZ} = \frac{EA}{Z\Delta}$ οπότε $\frac{KA}{KB} = \frac{d}{3-d}$ δηλαδή

$$\frac{2}{3} = \frac{d}{3-d} \Leftrightarrow d = 1,2$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – ΜΕδ – Μαθηματικός