

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 2

GI_V_GEO_2_19011

Από ένα σημείο Σ που βρίσκεται έξω από έναν δοσμένο κύκλο φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΣΑ και ΣΒ και μία τέμνουσα ΣΓΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α)

- i. Τα τρίγωνα ΣΒΓ και ΣΔΒ είναι όμοια.
- ii. Τα τρίγωνα ΣΑΓ και ΣΔΑ είναι όμοια.

(Μονάδες 16)

β) $ΑΓ \cdot ΒΔ = ΑΔ \cdot ΒΓ$

(Μονάδες 9)

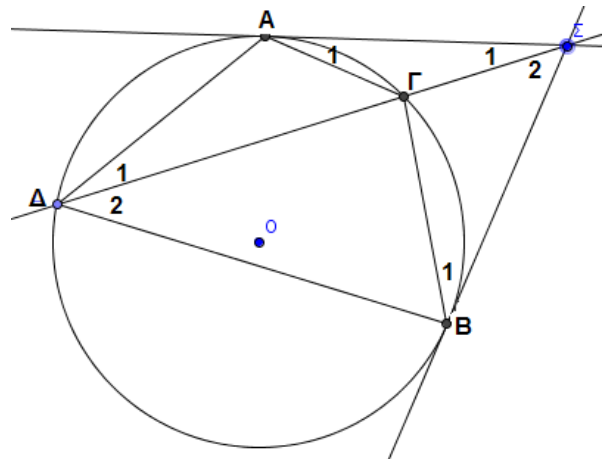
Λύση:

α) i) Τα τρίγωνα ΣΒΓ και ΣΔΒ είναι όμοια, αφού έχουν $\hat{\Sigma}_2$ κοινή και $\hat{\Delta}_2 = \hat{B}_1$ γιατί η γωνία $\hat{\Delta}_2$ είναι εγγεγραμμένη στο τόξο ΓΒ του κύκλου και η \hat{B}_1 σχηματίζεται από τη χορδή ΓΒ και την εφαπτομένη ΣΒ του ίδιου κύκλου άρα και $\hat{\Sigma}\hat{\Gamma}B = \hat{\Sigma}\hat{B}\Delta$ και επειδή οι ομόλογες πλευρές βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες έχουμε τους λόγους

$$\frac{\Sigma B}{\Sigma \Delta} = \frac{\Sigma \Gamma}{\Sigma B} = \frac{B \Gamma}{\Delta B} \quad (1)$$

ii) Τα τρίγωνα ΣΑΓ και ΣΔΑ είναι όμοια, αφού έχουν $\hat{\Sigma}_1$ κοινή και

$\hat{\Delta}_1 = \hat{A}_1$ γιατί η γωνία $\hat{\Delta}_1$ είναι εγγεγραμμένη στο τόξο ΓΑ του κύκλου και η \hat{A}_1 σχηματίζεται από τη χορδή ΓΑ και την εφαπτομένη ΣΑ του ίδιου κύκλου



άρα και $\widehat{\Sigma\Delta} = \widehat{\Sigma\Gamma\Lambda}$ και επειδή οι ομόλογες πλευρές βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες έχουμε τους λόγους

$$\frac{\Sigma\Lambda}{\Sigma\Delta} = \frac{\Sigma\Gamma}{\Sigma\Lambda} = \frac{\Lambda\Gamma}{\Lambda\Delta} \quad (2)$$

β) Τα εφαπτόμενα τμήματα $\Sigma\Lambda$ και $\Sigma\Gamma$ είναι. Άρα από τις σχέσεις **(1)** και **(2)** έχουμε

$$\frac{\text{B}\Gamma}{\Delta\text{B}} = \frac{\Sigma\text{B}}{\Sigma\Delta} = \frac{\Sigma\Lambda}{\Sigma\Delta} = \frac{\Lambda\Gamma}{\Lambda\Delta} \quad \text{άρα και } \Lambda\Gamma \cdot \text{B}\Delta = \Lambda\Delta \cdot \text{B}\Gamma$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης – MEd – Μαθηματικός