

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 2

GI_V_GEO_2_19005

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ σε σημείο Δ , τέτοιο ώστε

$$\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{3}{4}.$$

α) Να αποδείξετε ότι $AB = \frac{3}{4}A\Gamma$.

(Μονάδες 12)

β) Αν επιπλέον ισχύει ότι $B\Gamma = \frac{5}{4}A\Gamma$, να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. Να

δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

Λύση:

α) Από το θεώρημα της εσωτερικής διχοτόμου στο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε

$$\frac{AB}{A\Gamma} = \frac{B\Delta}{\Delta\Gamma}$$

$$\text{Άρα } \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow AB = \frac{3}{4}A\Gamma$$

β) Αν $B\Gamma = \frac{5}{4}A\Gamma$ τότε $B\Gamma > A\Gamma > AB$

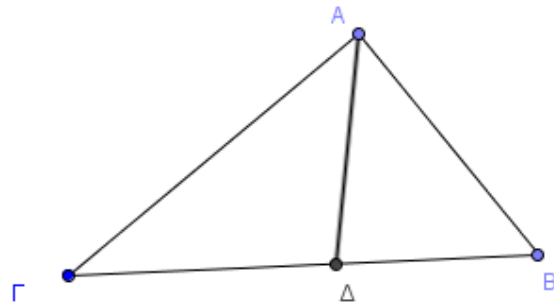
$$\text{και } B\Gamma^2 = \left(\frac{5}{4}A\Gamma\right)^2 = \frac{25}{16}A\Gamma^2$$

$$\text{αλλά και } A\Gamma^2 + AB^2 = A\Gamma^2 + \left(\frac{3}{4}A\Gamma\right)^2$$

$$\Leftrightarrow A\Gamma^2 + AB^2 = A\Gamma^2 + \frac{9}{16}A\Gamma^2 = \frac{25}{16}A\Gamma^2$$

$$\text{Άρα } A\Gamma^2 + AB^2 = B\Gamma^2$$

Οπότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός