Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Β' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_V_GEO_4_18994**

Στην πλευρά ΑΒ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο, ώστε $BE=\frac{1}{3}AB$ και στην πλευρά ΔΓ θεωρούμε σημείο Ζ τέτοιο, ώστε $\Delta Z=\frac{1}{3}\Delta\Gamma$. Αν η διαγώνιος ΑΓ τέμνει τις ΔΕ και ΒΖ στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) ΑΜ=ΓΝ=2ΜΝ

(Μονάδες 13)

β) $MN=\frac{1}{5}A\Gamma$

(Μονάδες 12)

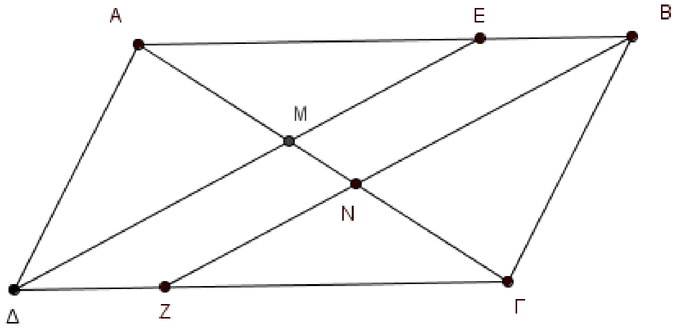
Λύση:

α) $EB=\frac{1}{3}AB$ αλλά και

$\Delta Z=\frac{1}{3}\Gamma\Delta$ άρα $EB=//\,\Delta Z$ αφού

$\Gamma\Delta=//\,AB$

Επομένως το ΕΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο άρα ΕΔ//=ΒΖ



Επειδή ΕΔ//ΒΖ, $\frac{AM}{MN}=\frac{AE}{EB}=\frac{\frac{2}{3}AB}{\frac{1}{3}AB}=\frac{2}{1}=2$ άρα ΑΜ = 2ΜΝ **(1)**

Επειδή ΕΔ//ΒΖ, $\frac{\Gamma N}{MN}=\frac{\Gamma Z}{\Delta Z}=\frac{\frac{2}{3}\Gamma\Delta}{\frac{1}{3}\Gamma\Delta}=\frac{2}{1}=2$ άρα ΓΝ = 2ΜΝ **(2)**

Από **(1)** και **(2)** έχουμε ΑΜ = ΓΝ = 2ΜΝ **(3)**

β) $ΑΓ = ΑΜ + ΜΝ + ΝΓ = 2ΜΝ + ΜΝ + 2ΜΝ = 5ΜΝ$ άρα $ΜΝ = \frac{1}{5}ΑΓ$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός