ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΦΟΙΤΗΤΕΣ Ε.Α.Π.

" Για την σπουδή των μαθηματικών του ΕΑΠ απαιτούνται γνώσεις από το Λύκειο, οι λεγόμενες προϋποθέσεις.

Ο φοιτητής χρειάζεται να θυμηθεί – μάθει τις απαραίτητες έννοιες και τον τρόπο χρησιμοποίησής τους. Η παρουσίαση γίνεται από την σκοπιά των ανώτερων μαθηματικών με στόχο την σπουδή της θεματικής ενότητας και όχι την «επιστροφή» στο Λύκειο.

Διδακτικά ακολουθούμε την φιλοσοφία της γρήγορης μάθησης με τη χρήση τυπολογίων. Το υλικό έχει προκύψει από τις ανάγκες των φοιτητών μας και εμπλουτίζεται συνεχώς από ερωτήσεις και παρατηρήσεις δικές σας."

Πολυώνυμα

Κάθε παράσταση της μορφής :
$P(x)=\alpha_n x^n+\alpha_{n-1}x^{n-1}+...+\alpha_1 x+\alpha_o$ όπου $n\in N^*$ και $\alpha_o,\alpha_1,\alpha_2...,\alpha_n \in R$ λέγεται πολυώνυμο του x.
Ο α_o λέγεται σταθερός όρος και οι αριθμοί $\alpha_o,\alpha_1,\alpha_2...,\alpha_n$ λέγονται συντελεστές του P(x).

- Κάθε πολυώνυμο της μορφής $P(x)=\alpha_o$ λέγεται σταθερό πολυώνυμο $P(x) = 0$ λέγεται μηδενικό πολυώνυμο.
- Αν $P(x)=\alpha_n x^n+\alpha_{n-1}x^{n-1}+...+\alpha_1 x+\alpha_o$ και $\alpha_n\neq 0$ τότε το P(x) λεμε ότι είναι νιοστού βαθμού δηλ. ο βαθμός του P(x) είναι n.
- Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha_n x^n+\alpha_{n-1}x^{n-1}+...+\alpha_1 x+\alpha_o$
  α) Αν αντικαταστήσουμε το x με τον αριθμό ρ θέσουμε δηλαδή $x=\rho$ τότε ο πραγματικός αριθμός $P(\rho)=\alpha_n\rho^n+\alpha_{n-1}\rho^{n-1}+...+\alpha_1\rho+\alpha_o$ λέγεται αριθμητική τιμή ή απλά τιμή του πολυωνύμου P(x) για x=ρ.
  β) Αν P(ρ)=0 τότε ο αριθμός ρ λέγεται ρίζα του πολυώνυμου P(x). Είναι φανερό ότι για να βρούμε τις ρίζες ενός πολυώνυμου P(x) λύνουμε την εξίσωση P(x)=0.
- Δυο πολυώνυμα P(x) και Q(x) είναι ίσα, όταν οι συντελεστές των αντίστοιχων ομοβάθμιων όρων είναι ίσοι.

Πολυώνυμα 1^{ου} βαθμού

Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$
Έστω $P(x)=\alpha x+\beta$ πολυώνυμο 1^{ου} βαθμού. Η $P(x)=0 \Leftrightarrow \alpha x+\beta=0$ (εξίσωση 1^{ου} βαθμού).
Έχουμε λοιπόν $\alpha x+\beta=0 \Leftrightarrow \alpha x+\beta-\beta=-\beta \Leftrightarrow \alpha x=-\beta$

Διακρίνουμε τώρα τις εξής περιπτώσεις:

1) Αν $\alpha \neq 0$. τότε $\alpha x = -\beta \Leftrightarrow x = \frac{-\beta}{\alpha}$

Επομένως εάν $\alpha \neq 0$ η εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την $x = \frac{-\beta}{\alpha}$

2) Αν $\alpha = 0$ τότε η εξίσωση $\alpha x = -\beta$ γίνεται $0x = -\beta$ η οποία
i) Αν είναι $\beta \neq 0$ δεν έχει λύση και γι αυτό λέμε ότι είναι **αδύνατη**.
ii) Αν είναι $\beta = 0$ έχει την μορφή $0x=0$ και αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό είναι δηλαδή ταυτότητα.
Τα παραπάνω συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί

Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$	
Αν $\alpha \neq 0$	Έχει μοναδική λύση την $x = \frac{-\beta}{\alpha}$
Αν $\alpha=0$ και $\beta \neq 0$	Είναι αδύνατη
Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$	Είναι ταυτότητα

Γενικότερα για να λύσουμε μία εξίσωση $1^{ου}$ βαθμού κάνουμε τα εξής βήματα:

1^o βήμα: Εκτελούμε τις πράξεις.

2^o βήμα: Χωρίζουμε γνωστούς και άγνωστους όρους έχοντας υπόψη ότι τους μεταφέρουμε από το 1^o στο 2^o μέλος και αντίθετα αλλάζοντας τα πρόσημα.

3^o βήμα: Αναγωγή ομοίων όρων στο 1^o μέλος και πράξεις στο 2ο μέλος.

4^o βήμα: Διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου.

Παράδειγμα:
Λύση της εξίσωσης $3(x - 2) - 4(x + 5) = 10(x + 4)$

Βήμα 1^o: $3x - 6 - 4x - 20 = 10x + 40$

Βήμα 2^o: $3x - 4x - 10x = 40 + 6 + 20$

Βήμα 3^o: $x(3 - 4 - 10) = 66 \Leftrightarrow -11x = 66$

Βήμα 4^o: $\frac{-11x}{-11} = \frac{66}{-11} \Leftrightarrow x = -6$