ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΓΙΑ ΦΟΙΤΗΤΕΣ Ε.Α.Π.

“ Για την σπουδή των μαθηματικών του ΕΑΠ απαιτούνται γνώσεις από το Λύκειο, οι λεγόμενες προϋποθέσεις.

Ο φοιτητής χρειάζεται να θυμηθεί – μάθει τις απαραίτητες έννοιες και τον τρόπο χρησιμοποίησής τους. Η παρουσίαση γίνεται από την σκοπιά των ανώτερων μαθηματικών με στόχο την σπουδή της θεματικής ενότητας και όχι την «επιστροφή» στο Λύκειο.

Διδακτικά ακολουθούμε την φιλοσοφία της γρήγορης μάθησης με τη χρήση τυπολογίων. Το υλικό έχει προκύψει από τις ανάγκες των φοιτητών μας και εμπλουτίζεται συνεχώς από ερωτήσεις και παρατηρήσεις δικές σας.”

ΣΟΛΩΜΟΥ 29 ΑΘΗΝΑ ☎ 210.38.22.157 – 495 Fax: 210.33.06.463
φροντιστηριακά μαθήματα για : Ε.Μ.Π. – Α.Ε.Ι. – Α.Τ.Ε.Ι. – Ε.Α.Π.
www.arnos.gr • www.oktonia.com • www.uni-learn.gr

Ανισώσεις $2^{ου}$ Βαθμού

Ανισώσεις της μορφής $αx^2+βx+γ>0$ ή $αx^2+βx+γ<0$, $α \neq 0$

Οι ανισώσεις αυτές ονομάζονται ανισώσεις δευτέρου βαθμού. Ο τρόπος επίλυσης, καθώς και τα διαστήματα των λύσεων τους, προκύπτουν από τις ρίζες του τριωνύμου και την μελέτη του προσήμου του τριωνύμου, όπως περιγράφονται στον παρακάτω πίνακα.

- ρίζες του τριωνύμου $αx^2+βx+γ=0$

  $Δ=β^2-4αγ \qquad x_{1,2}=\dfrac{-β\pm\sqrt{Δ}}{2α}$

- Πρόσημο του τριωνύμου $αx^2+βx+γ>0$ ή $αx^2+βx+γ<0$, με $α\neq 0$

x	$-\infty$	x_1		$-β/2α$		x_2	$+\infty$
Δ>0 : έτσι το τριώνυμο είναι	Ομόσημο του α	0	Ετερόσημο		του α	0	Ομόσημο του α
Δ=0 : έτσι το τριώνυμο είναι	Ομόσημο του α			0	Ομόσημο του α		
Δ<0 : έτσι το τριώνυμο είναι	Ομόσημο του α						

Παραδείγματα

Να λυθεί η ανίσωση $2x^2-3x-2>0$

Λύση

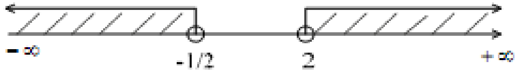
α) Βρίσκουμε τις ρίζες : $Δ=β^2-4αγ=(-3)^2-4\cdot 2(-2)=9+16=25$

Άρα $x_{1,2}=\dfrac{-β\pm\sqrt{Δ}}{2α}=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{25}}{2\cdot 2}=\dfrac{3\pm 5}{4}=\begin{cases}\dfrac{8}{4}=2\\ -\dfrac{2}{4}=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

β) Πρόσημο του τριωνύμου : Ζητάμε τις τιμές του x για τις οποίες το τριώνυμο $2x^2 - 3x - 2$ είναι θετικό δηλ. ομόσημο του $\alpha = 2$. Οι τιμές αυτές προκύπτουν από τον παρακάτω πίνακα.

x	$-\infty$	$-1/2$		2		$+\infty$
$\Delta>0$: $2x^2 - 3x - 2$	+		-		+	

Επομένως η ανίσωση έχει λύσεις τα $x \in \mathbb{R}$ για τα οποία το τριώνυμο είναι θετικό δηλ. $x < -\frac{1}{2}$ ή $x>2$. Οι λύσεις αυτές εποπτικά φαίνονται στο σχήμα :



Ανισώσεις υπό μορφή Γινομένου

Ανισώσεις της μορφής $A(x)B(x)\Gamma(x)\ldots\Phi(x)>0$ ή <0

Οι παράγοντες $A(x)$, $B(x)$, $\Gamma(x)$, κτλ είναι της μορφής $\alpha x+\beta$ (πρωτοβάθμιοι) ή της μορφής $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ (τριώνυμο). Βρίσκουμε τις λύσεις (πρόσημο) κάθε παράγοντα χωριστά και στην συνέχεια τις λύσεις (πρόσημο) της ανίσωσης όπως φαίνεται στο παράδειγμα που ακολουθεί.

1. Να λυθεί η ανίσωση $(x-1)(x^2+x-6)<0$

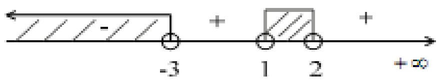
Βρίσκουμε το πρόσημο (λύσεις) κάθε παράγοντα χωριστά.

- Το $x-1$ είναι θετικό $x>1$, αρνητικό για $x<1$ και μηδέν για $x=1$.
- Το x^2+x-6 έχει ρίζες το $x_1=-3$ και $x_2=2$ και είναι θετικό για $x<-3$ ή $x>2$ ενώ, είναι αρνητικό για $-3<x<2$.

Έτσι με την βοήθεια του παρακάτω πίνακα έχουμε τα διαστήματα λύσεων της ανίσωσης.

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2+x-6		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$(x-1)(x^2+x-6)$		$-$		$+$		$-$		$+$	

Αφού θέλουμε να είναι αρνητικό το πρόσημο του γινομένου $(x-1)(x^2+x-6)$ η ανίσωση θα επαληθεύεται για $x<-3$ ή $1<x<2$. Εποπτικά οι λύσεις φαίνονται στον άξονα.



Ανισώσεις υπό μορφή Πηλίκου

Ανισώσεις της μορφής $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ ή $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$

Όπως γνωρίζουμε το πηλίκο και το γινόμενο δυο αριθμών είναι ομόσημα. Έτσι για τα $x \in R$ για τα οποία $B(x) \neq 0$ ισχύουν :

$$\frac{A(x)}{B(x)} > 0 \Leftrightarrow A(x)B(x) > 0 \quad \text{και} \quad \frac{A(x)}{B(x)} < 0 \Leftrightarrow A(x)B(x) < 0$$

Άρα για να λύσουμε την $\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ αναγόμαστε στην επίλυση της $A(x) \cdot B(x) > 0$.

Ανάλογα για να λύσουμε την $\frac{A(x)}{B(x)} \geq 0$

αρκεί να λύσουμε την $A(x) \cdot B(x) \geq 0$ και από τις λύσεις να εξαιρέσουμε όσες μηδενίζουν το $B(x)$.