

**ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΤΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

A. Για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω , να δείξετε ότι:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{Μονάδες 15}$$

B. Αφού πρώτα αντιγράψετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες να τις συμπληρώσετε:

α. $(\sqrt{x})' = \dots, x > 0$

β. $(\ln x)' = \dots, x > 0$

γ. $(e^x)' = \dots$

δ. $(e^x)' = \dots$

ε. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dots, g(x) \neq 0. \quad \text{Μονάδες 10}$

Θέμα 2°

Ένα κουτί περιέχει μπάλες 17 άσπρες, 18 μαύρες, 15 κόκκινες. Παίρνουμε τυχαία μια μπάλα.

Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

A. Η μπάλα να είναι άσπρη Μονάδες 8

B. Η μπάλα να είναι άσπρη ή μαύρη Μονάδες 8

Γ. Η μπάλα να μην είναι ούτε άσπρη ούτε κόκκινη Μονάδες 9

Θέμα 3°

Οι βαθμοί μιας ομάδας φοιτητών είναι η εξής:

5, 8, 6, 9, 7, 8, 6, 7, 9, 5.

Να υπολογιστούν:

A. Η μέση τιμή \bar{x} Μονάδες 7

B. Η διακύμανση S^2 Μονάδες 10

Γ. Ο συντελεστής μεταβολής CV. Μονάδες 8

Θέμα 4°

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 2.$$

A. Να μελετηθεί η συνάρτηση ως προς τη μονοτονία. Μονάδες 8

B. Να μελετηθεί η συνάρτηση ως προς τα ακρότατα. Μονάδες 7

Γ. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης στο σημείο A(1,7)

Μονάδες 10

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Πιθανότητα της ένωσης για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου.

Ερωτήσεις κλειστού τύπου από το 1ο κεφάλαιο

Θέμα 2ο Πιθανότητες - Εφαρμογή των τύπων λογισμού πιθανοτήτων

Θέμα 3ο Μέση τιμή - Διακύμανση - CV δοσμένων αριθμών.

Θέμα 4ο Συνάρτηση - Πεδίο ορισμού - Παράγωγος - Μονοτονία - Ακρότατα - Εφαπτομένη

**ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΤΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

A. Να δείξετε ότι για ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A, B δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B). \quad \text{Μονάδες 10}$$

B. Να δώσετε τον ορισμό της μέσης τιμής των τιμών x_1, x_2, \dots, x_k μίας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k . Μονάδες 5

Γ. Να απαντήσετε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω προτάσεις:

α. Η διάμεσος 10 παρατηρήσεων σε αύξουσα σειρά είναι η 5^η παρατήρηση.

β. Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις f, g ισχύει $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.

γ. Αν $P(A) = 0,6$ και $P(B) = 0,45$ τα ενδεχόμενα A, B είναι ασυμβίβαστα.

δ. Ισχύει $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$.

ε. Αν $CV = 0,08$ τότε το δείγμα θεωρείται ομοιογενές. Μονάδες 10

Θέμα 2°

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$

A. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της. Μονάδες 7

B. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της f. Μονάδες 8

Γ. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. Μονάδες 10

Θέμα 3°

Για δύο ενδεχόμενα A, B δειγματικού χώρου Ω ισχύουν:

A. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το A είναι 0,2.

B. Η πιθανότητα να μην πραγματοποιηθεί το B είναι 0,6.

Γ. Η πιθανότητα να πραγματοποιηθούν συγχρόνως και τα δύο είναι $\frac{1}{6}$.

Να βρεθούν οι πιθανότητες:

A. Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα A και B. Μονάδες 8

B. Να πραγματοποιηθεί μόνο το A. Μονάδες 8

Γ. Να πραγματοποιηθεί το A ή να μην πραγματοποιηθεί το B. Μονάδες 9

Θέμα 4°

Η βαθμολογία 20 φοιτητών στις εξετάσεις ενός μαθήματος είναι:

5, 9, 7, 9, 7, 5, 7, 7, 9, 5, 7, 4, 9, 5, 7, 5, 4, 7, 5, 5.

A. Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απολύτων και αθροιστικών) Μονάδες 15

B. Από τον πίνακα αυτόν να βρείτε:

α. πόσοι φοιτητές πήραν βαθμό τουλάχιστον 5, αλλά το πολύ 7. Μονάδες 4

β. το ποσοστό των φοιτητών που πήρε βαθμό το πολύ 7. Μονάδες 3

γ. το ποσοστό των φοιτητών που πήρε βαθμό τουλάχιστον 5. Μονάδες 3

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Πιθανότητα της ένωσης για δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου.

Ορισμός Μέσης τιμής - Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Συνάρτηση - Πεδίο ορισμού - Παράγωγος - Μονοτονία - Ακρότατα

Θέμα 3ο Πιθανότητες - Εφαρμογή των τύπων λογισμού πιθανοτήτων

Θέμα 4ο Κατασκευή πίνακα συχνοτήτων από δεδομένα