

**ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΤΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

A. Για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{Μονάδες 16}$$

B. Να απαντηθούν ως Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τα παρακάτω:

α. Τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$ της f , A λέμε ότι παρουσιάζεται αν $f(x) < f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1 .

β. Συντελεστής μεταβολής $CV = \frac{s}{\bar{x}}$ με $\bar{x} > 0$

γ. Το 70% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - 5, \bar{x} + 5)$ Μονάδες 9

Θέμα 2°

A. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης

$$f(x) = x^2 \text{ στο } A(3, f(3)) \quad \text{Μονάδες 12}$$

B. Το μήκος L ενός κύκλου ακτίνας R είναι: $L = 2\pi R$.

Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του L ως προς R, όταν $R = 3$ Μονάδες 13

Θέμα 3°

Η μέση τιμή και η διάμεσος πέντε αριθμών είναι 6. Οι 3 από αυτούς είναι οι 5, 8, 9. Να βρείτε τους άλλους δύο. Μονάδες 25

Θέμα 4°

Για τα ενδεχόμενα A, B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω δίνεται ότι:

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B') = \frac{2}{3} \text{ και } P(A \cap B) = \frac{1}{12}.$$

Να βρείτε την $P(A \cup B)$. Μονάδες 25

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Πιθανότητα της ένωσης για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου.

Ερωτήσεις κλειστού τύπου από το 2ο κεφάλαιο

Θέμα 2ο Εφαπτομένη συνάρτησης - Ρυθμός μεταβολής

Θέμα 3ο Δίνει 3 αριθμούς τη μέση τιμή και τη διάμεσο 5 αριθμών και ζητάει τους άλλους 2 αριθμούς

Θέμα 4ο Πιθανότητες - Εφαρμογή των τύπων λογισμού πιθανοτήτων

**ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΤΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

- A.** Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:
 $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$. Μονάδες 12
- B.** Τι ονομάζουμε διάμεσο ν παρατηρήσεων; Μονάδες 5
- Γ.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
- α.** Για κάθε $x > 0$ ισχύει $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$
- β.** Αν c σταθερά και f παραγωγίσιμη συνάρτηση τότε $(cf(x))' = cf'(x)$.
- γ.** Ποιοτικές μεταβλητές είναι αυτές που οι τιμές τους είναι πραγματικοί αριθμοί.
- δ.** Αν A, B ενδεχόμενα δειγματικού χώρου Ω τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Μονάδες 8

Θέμα 2°

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

- A.** Βρείτε το πεδίο ορισμού της f. Μονάδες 8
- B.** Υπολογίστε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 1} [(x-1) \cdot f(x)]$ Μονάδες 8
- Γ.** Αποδείξτε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(1, +\infty)$. Μονάδες 9

Θέμα 3°

Για τα ενδεχόμενα A και B δειγματικού χώρου Ω ισχύουν: $A \subseteq B$, $P(A) = \frac{1}{3}$ και $P(B) = \frac{1}{2}$.

- A.** Αποδείξτε ότι $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Μονάδες 8
- B.** Βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου «να πραγματοποιείται το A και όχι το B». Μονάδες 8
- Γ.** Υπολογίστε την πιθανότητα $P(A' \cup B)$ Μονάδες 9

Θέμα 4°

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

- A.** Αποδείξτε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο $M(1, f(1))$ είναι $(\varepsilon): y = 2x + 1$ Μονάδες 9
- B.** Θεωρούμε τα σημεία $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), \dots, A_{100}(x_{100}, y_{100})$ της εφαπτομένης (ε) , οι τετμημένες των οποίων έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 10$ και τυπική απόκλιση $s = 1$.
 Να βρείτε τη μέση τιμή των τεταγμένων των A_1, A_2, \dots, A_{100} και να εξετάσετε αν το δείγμα των y_1, y_2, \dots, y_{100} είναι ομοιογενές. Μονάδες 8
- Γ.** Αν για τα x_1, x_2, \dots, x_{100} του B ερωτήματος ισχύει ότι $x_1 < x_2 < \dots < x_{100}$ και η διάμεσος των x_1, x_2, \dots, x_{100} είναι $\delta = 11$, να υπολογίσετε τη διάμεσο των τεταγμένων των σημείων: $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), \dots, A_{100}(x_{100}, y_{100})$. Μονάδες 8

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη: Απόδειξη:** Πιθανότητα (A-B)

Ορισμός Διαμέσου - Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Συνάρτηση - Πεδίο ορισμού - Παράγωγος - Μονοτονία - Όριο

Θέμα 3ο Πιθανότητες - Εφαρμογή των τύπων λογισμού πιθανοτήτων

Θέμα 4ο Συνάρτηση - Εφαπτομένη συνάρτησης - Εφαρμογή σελ. 99 για σημεία της εφαπτομένης