

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών, αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς.

Μονάδες 15

- B. Χαρακτηρίστε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και ΑΔ ύψος ισχύει $A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Delta\Gamma$

β. Σε κύκλο (Ο, 4) προεκτείνουμε μια ακτίνα του ΟΑ κατά τμήμα $AM = 1$.

Τότε $\Delta_{(0,4)}^M = 8$ **εκτός ύλης 2016-17**

γ. Σε τρίγωνο με πλευρές α, β, γ και εμβαδόν E, η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου είναι $R = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}{4 \cdot E}$

δ. Η γωνία $\hat{\varphi}_{18}$ ενός κανονικού δεκαοκταγώνου είναι $\hat{\varphi}_{18} = 160^\circ$

ε. Το μήκος τόξου μ° σε κύκλο ακτίνας R, είναι $1 = \frac{\pi \cdot R \cdot \mu^\circ}{360^\circ}$ Μονάδες 10

Θέμα 2^ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $AB = 5\text{cm}$, $AG = 7\text{cm}$ και $B\Gamma = 6\text{cm}$. Αν το ΑΔ είναι ύψος και ΑΜ διάμεσος να βρεθεί:

α. το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του Μονάδες 7

β. να δειχτεί ότι το μήκος της διαμέσου ΑΜ είναι $2\sqrt{7}$ Μονάδες 6

γ. να δειχθεί ότι το μήκος της προβολής της διαμέσου ΑΜ πάνω στη ΒΓ είναι 2 Μονάδες 6

δ. το μήκος του ύψους ΑΔ Μονάδες 6

Θέμα 3^ο

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $AB = 3$, $AG = 5$ και $\hat{A} = 60^\circ$

α. να βρεθεί το μήκος της πλευράς ΒΓ Μονάδες 8

β. να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ Μονάδες 8

γ. αν προεκτείνουμε τη ΒΑ κατά τμήμα $AE = 2$ και την ΑΓ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = 4$ να βρεθεί ο λόγος $\frac{(AE\Delta)}{(AB\Gamma)}$ Μονάδες 9

Θέμα 4^ο

Σε κύκλο (K, R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ με πλευρά $a = 12$.

Να υπολογίσετε:

α. την ακτίνα R του κύκλου Μονάδες 6

β. το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ Μονάδες 6

γ. το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (K, R) Μονάδες 6

δ. το εμβαδόν της περιοχής που περικλείεται από τη χορδή ΒΓ, το τόξο ΒΓ και δεν έχει κοινά σημεία με το τρίγωνο ABΓ. Μονάδες 7

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** 1ο θεώρημα διαμέσων - Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του) - 1ο και 2ο θεώρημα διαμέσων

Θέμα 3ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (ή νόμος συνημιτόνων) - Εμβαδόν τριγώνου - Λόγος εμβαδών τριγώνων

Θέμα 4ο Εγγραφή τριγώνου σε κύκλο - Εμβαδόν τριγώνου - Εμβαδόν κυκλικού τμήματος

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι: Η διαφορά των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο γινόμενο της τρίτης πλευράς επί την προβολή της αντίστοιχης διαμέσου πάνω στην πλευρά αυτή. Μονάδες 15

B. Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ στο οποίο είναι $\hat{A} = 60^\circ$, $\gamma = 4$ και $\beta = 9$. Η πλευρά ισοπλεύρου τριγώνου ΔΕΖ που είναι ισοδύναμο με το ABΓ ισούται με :

$$\mathbf{A: 6, \quad B: 13, \quad \Gamma: 4\sqrt{3}, \quad \Delta: 9\sqrt{3}, \quad E: 5}$$

Επιλέξτε τη σωστή τιμή

Μονάδες 5

Γ. Αν ο λόγος των εμβαδών δύο κυκλικών δίσκων (O, R) και (O', R') είναι $\frac{9}{8}$, ο λόγος

των περιμέτρων των κύκλων αυτών είναι:

$$\mathbf{A: \frac{3\sqrt{2}}{4}, \quad B: \frac{9}{64}, \quad \Gamma: \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \Delta: \frac{3\sqrt{3}}{4}, \quad E: \sqrt{\frac{3}{2}}}$$

Επιλέξτε τη σωστή τιμή

Μονάδες 5

Θέμα 2^ο

Δίνεται το τρίγωνο ABΓ που έχει πλευρά AB = 8 , πλευρά AΓ = 12 , διάμεσο AM = 8 .

Φέρνουμε το ύψος AΔ από την κορυφή στη πλευρά BΓ. Να υπολογισθούν:

A. Η πλευρά BΓ . Μονάδες 13

B. Το ευθύγραμμο τμήμα ΔM (M το μέσον της BΓ). Μονάδες 12

Θέμα 3^ο

Δίνεται το παραλληλόγραμμο ABΓΔ . Λ το μέσον της πλευράς BΓ και K το μέσον της πλευράς ΓΔ . Να αποδείξετε ότι ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις :

A. (AKΓΛ) = (AΔK) + (ABΛ) και Μονάδες 15

B. (AKΓΛ) = $\frac{1}{2}$ (ABΓΔ) Μονάδες 10

Θέμα 4^ο

Σε κύκλο με κέντρο το σημείο O και ακτίνα R τοποθετούμε τα σημεία A,B,Γ και Δ διαδοχικά , έτσι ώστε να είναι η χορδή AB = λ₆ , BΓ = λ₃ και ΔΓ = λ₄. Με τη χρήση της ακτίνας R να υπολογισθούν:

A. Το μήκος της χορδής AΔ . Μονάδες 10

B. Το άθροισμα των τεσσάρων κυκλικών τμημάτων που ορίζονται από τις τέσσερις χορδές AB, BΓ, ΓΔ, AΔ και τον κύκλο (O, R) . Μονάδες 15

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** 2ο θεώρημα διαμέσων

- Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής (2) από Εμβαδόν τριγώνου - Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Θέμα 2ο 1ο και 2ο θεώρημα διαμέσων

Θέμα 3ο Εμβαδόν τριγώνου - Εμβαδά τετραπλεύρων

Θέμα 4ο Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο και στοιχεία τους -Μήκος τόξου - Εμβαδόν κυκλικού τμήματος