

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

- A. Να αποδείξετε ότι η πλευρά a_4 και το απόστημα a_4 τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (O, R) είναι ίσα με $R\sqrt{2}$ και $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ αντίστοιχα. Μονάδες 15

- B. Στο διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\Delta\Delta$ το ύψος του, ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

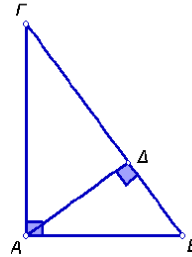
α. $AB^2 = B\Gamma^2 + A\Gamma^2$

β. $A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta$

γ. $AB^2 = \Gamma\Delta \cdot \Delta B$

δ. $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$

ε. $B\Delta \cdot \Delta\Gamma = A\Delta^2$ Μονάδες 10



Θέμα 2°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μήκη των πλευρών του συνδέονται με τη σχέση $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2$

- A. Να αποδείξετε ότι $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 2\mu_\alpha^2$, όπου $\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\gamma$ οι αντίστοιχες διαμέσοι. Μονάδες 15

- B. Να αποδείξετε ότι:

$$\mu_\alpha = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}, \mu_\beta = \frac{\gamma\sqrt{3}}{2}, \mu_\gamma = \frac{\beta\sqrt{3}}{2}.$$
Μονάδες 10

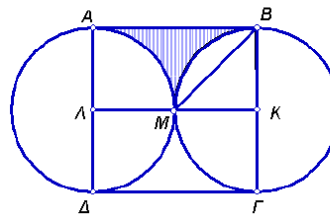
Θέμα 3°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ κατά ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

$$A\Delta^2 = A\Gamma^2 + 2B\Gamma^2$$
Μονάδες 25

Θέμα 4°

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς 4cm με διαμέτρους $A\Delta, B\Gamma$ γράφουμε τους κύκλους που εφάπτονται στο σημείο M , όπως φαίνεται στο σχήμα:



- A. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου MKB Μονάδες 7
- B. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του $ABK\Lambda$ Μονάδες 6
- Γ. Να υπολογίσετε το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου AMB . Μονάδες 12

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Κατασκευή - Απόδειξη:** Εγγραφή τετραγώνου σε κύκλο
Ερωτήσης κλειστού τύπου από "Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο"

Θέμα 2ο 1ο Θεώρημα διαμέσων

Θέμα 3ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος

Θέμα 4ο Εμβαδόν τριγώνου - Εμβαδόν κυκλικού τμήματος

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

- A. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούσας επί την προβολή αυτής της κάθετης πλευράς στην υποτεινούσα.
Μονάδες 14
- B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή ή λάθος μεταφέροντας τον χαρακτηρισμό στην κόλλα σας.
1. Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.
 2. Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό, όταν έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
 3. Η κεντρική γωνία ενός κανονικού n -γώνου δίνεται από τον τύπο $\omega_n = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
 4. Το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς.
 5. Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του.
 6. Η διαφορά των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το γινόμενο της τρίτης πλευράς επί την προβολή της αντίστοιχης διαμέσου πάνω στην πλευρά αυτή.
Μονάδες 6
- Γ. Να γράψετε τον τύπο που δίνει την δύναμη ενός σημείου Σ ως προς έναν κύκλο (Ο, R). Αν η δύναμη του σημείου Σ είναι αρνητική ποια είναι η θέση του σημείου ως προς τον κύκλο.
Μονάδες 5

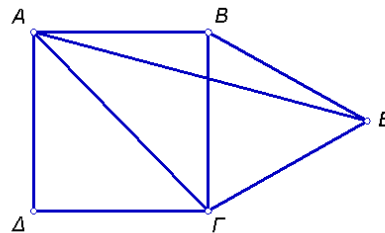
Θέμα 2°

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R = 4\text{cm}$. Θεωρούμε μια διάμετρο ΒΓ του κύκλου και μία χορδή του ΑΒ ίση με λ_6 .

- A. Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = \lambda_3$.
Μονάδες 8
- B. Αν θεωρήσουμε χορδή $ΒΔ = \lambda_4$, εκατέρωθεν του τόξου ΒΑΓ, να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΔΓ.
Μονάδες 9
- Γ. Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών $\frac{(ΑΟΒ)}{(ΑΟΓ)}$
Μονάδες 8

Θέμα 3°

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με διαγώνιο $ΑΓ = \sqrt{2}$ και το ΒΓΕ είναι ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογίσετε:



- A. Το μήκος της πλευράς του τετραγώνου
- B. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΕΓΔ.

- Γ. Το μήκος του ΑΕ.
Μονάδες 5 + 10 + 10
Υπόδειξη: $105^\circ = 45^\circ + 60^\circ$

Θέμα 4°

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\gamma = 2$, $\beta = 1 + \sqrt{2}$ και εμβαδόν $(ΑΒΓ) = \frac{\beta\gamma\sqrt{2}}{4}$

- A. Να αποδείξετε ότι το μήκος της πλευράς $\alpha = \sqrt{3}$
Μονάδες 9
- B. Να υπολογίσετε την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ.
Μονάδες 8
- Γ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της πλευράς ΑΒ πάνω στη πλευρά ΒΓ
Μονάδες 8

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

- Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο - Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια
- Θέμα 2ο Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο και στοιχεία τους -Μήκος τόξου - Λόγος εμβαδών τριγώνων
- Θέμα 3ο Πυθαγόρειο θεωρήμα - Εμβαδόν τετραπλεύρου - Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (ή νόμος συνημιτόνων)
- Θέμα 4ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (ή νόμος συνημιτόνων) - Εμβαδόν τριγώνου