

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

- A.** Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών του στην υποτείνουσα. Μονάδες 13
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:
- α.** Αν $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ όπου α, β, γ πλευρές τριγώνου $AB\Gamma$ τότε η γωνία A είναι οξεία.
- β.** Το θεώρημα των συνημιτόνων σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ εκφράζεται από τη σχέση:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta\gamma \cdot \text{συν}A$$
- γ.** Το εμβαδόν ενός τριγώνου $AB\Gamma$ δίνεται από τη σχέση $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$.
- δ.** Το απόστημα του κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (O, R) δίνεται από τη σχέση $\alpha_6 = R\sqrt{3}$
- ε.** Αν δύο χορδές $AB, \Gamma\Delta$ ενός κύκλου (O, R) ή οι προεκτάσεις τους τέμνονται σε ένα σημείο P , τότε ισχύει: $PA \cdot PB = P\Gamma \cdot P\Delta$. εκτός ύλης 2016-17
- στ.** Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα. Μονάδες 12

Θέμα 2°

Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = 6$, $B\Gamma = 12$ και $A\Gamma = 8$.

- A.** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο Μονάδες 7
- B.** Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου AM Μονάδες 9
- Γ.** Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της διαμέσου AM στην πλευρά $B\Gamma$. Μονάδες 9

Θέμα 3°

Σε κύκλο (O, R) και εκατέρωθεν του κέντρου του θεωρούμε δύο παράλληλες χορδές AB και $\Gamma\Delta$, ώστε $AB = R$ και $\Gamma\Delta = R\sqrt{2}$. Να υπολογιστούν οι μη παράλληλες πλευρές $A\Gamma$ και $B\Delta$ του τραapeζίου $AB\Delta\Gamma$, το ύψος του και το εμβαδόν του ως συνάρτηση του R .

Μονάδες 25

Θέμα 4°

Δίνεται κανονικό εξάγωνο πλευράς 5m. Με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα ίση με την ακτίνα του εγγεγραμμένου στο εξάγωνο κύκλου φέρνω τόξο που τέμνει τις πλευρές AB και ZA στα H και Θ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

- A.** Την ακτίνα του εγγεγραμμένου στο εξάγωνο κύκλου Μονάδες 5
- B.** Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του μικτόγραμμου $HB\Gamma\Delta EZ\Theta$ Μονάδες 10
- Γ.** Την περίμετρο του μικτόγραμμου σχήματος $HB\Gamma\Delta EZ\Theta$. Μονάδες 10

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο (το ύψος στην υποτείνουσα) - Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος - 1ο και 2ο θεώρημα διαμέσων

Θέμα 3ο Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων και στοιχεία τους

Θέμα 4ο Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων και στοιχεία τους (εξάγωνο). Μήκος τόξου - Εμβαδόν κυκλικού τμήματος

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με AD ύψος, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούςας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα.

$$(\text{Δηλαδή } AB^2 = B\Gamma \cdot B\Delta \text{ ή } A\Gamma^2 = B\Gamma \cdot \Gamma\Delta)$$

Μονάδες 25

Θέμα 2°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με AM διάμεσο και AD ύψος. Αν $AB = 10$, $AM = 10$ και

$A\Gamma = 12$, να υπολογίσετε:

A. τη $B\Gamma$

Μονάδες 12

B. το ΔM

Μονάδες 13

Θέμα 3°

Σε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ συνδέουμε την κορυφή A , με τα μέσα K , Λ των πλευρών $\Gamma\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

$$(AK\Gamma\Lambda) = (AK\Delta) + (A\Lambda\Gamma)$$

Μονάδες 25

Θέμα 4°

Σε κύκλο (O, R) και εκατέρωθεν του κέντρου του θεωρούμε δύο παράλληλες χορδές του AB και $\Gamma\Delta$, ώστε $AB = R$ και $\Gamma\Delta = R\sqrt{3}$. Να υπολογιστούν:

A. οι μη παράλληλες πλευρές $A\Gamma$ και $B\Delta$ του τραπέζιου $AB\Delta\Gamma$

Μονάδες 8

B. το ύψος του

Μονάδες 8

Γ. το εμβαδόν του, ως συνάρτηση του R

Μονάδες 9

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο (το ύψος στην υποτεινούσα) - Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο

Θέμα 3ο Εμβαδόν τριγώνου

Θέμα 4ο Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων και στοιχεία τους