

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός τραapeζίου με μικρή και μεγάλη βάση β , B αντίστοιχα

$$\text{και ύψος } \upsilon \text{ δίνεται από τον τύπο } E = \frac{B + \beta}{2} \cdot \upsilon. \quad \text{Μονάδες } 15$$

B. Χαρακτηρίστε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

α. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ ύψος ισχύει $A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Delta\Gamma$.

β. Η δύναμη ως προς κύκλο (O, R) ενός εξωτερικού σημείου M είναι $\Delta_{(O,R)}^M \delta^2 - R^2$. **εκτός ύλης 2016-17**

γ. Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου με πλευρές α , β και αντίστοιχα ύψη υ_α , υ_β δίνεται από τον τύπο $E = \alpha \cdot \upsilon_\beta$.

δ. Η γωνία φ_n και η κεντρική γωνία ω_n ενός κανονικού n -γώνου είναι συμπληρωματικές.

ε. Το μήκος τόξου μ° σε κύκλο ακτίνας R , είναι $l = \frac{2\pi R \mu^\circ}{360^\circ}$ Μονάδες 10

Θέμα 2°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5\text{cm}$, $A\Gamma = 7\text{cm}$ και $B\Gamma = 6\text{cm}$. Αν το $A\Delta$ είναι ύψος και AM διάμεσος, να δείξετε ότι:

A. το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του είναι οξυγώνιο Μονάδες 9

B. το μήκος της προβολής της AB στη $B\Gamma$ είναι 1 Μονάδες 8

Γ. το μήκος της προβολής της διαμέσου AM πάνω στη $B\Gamma$ είναι 2. Μονάδες 8

Θέμα 3°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 2$, $A\Gamma = 3$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να δείξετε ότι:

A. το μήκος της πλευράς $B\Gamma = \sqrt{7}$ και η διάμεσος $\Gamma M = \sqrt{7}$ Μονάδες 10

B. το εμβαδόν $(AB\Gamma) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ τ. μ. και το εμβαδόν του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = \frac{7\pi}{3}$ τ. μ. Μονάδες 10

Γ. αν προεκτείνουμε την $A\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = A\Gamma$ να δείξετε ότι ο λόγος $\frac{(A\Gamma M)}{(A\Delta B)} = \frac{1}{4}$. Μονάδες 5

Θέμα 4°

Σε κύκλο $(O, 2)$ ορίζουμε διαδοχικά τόξα $AB = 60^\circ$ και $B\Gamma = 120^\circ$. Να δείξετε ότι:

A. $AB = R$, $B\Gamma = R\sqrt{3}$ και ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο Μονάδες 10

B. αν $A\Delta$ είναι η προβολή της καθέτου AB στην υποτείνουσα $A\Gamma$ τότε $A\Delta = 1$ Μονάδες 5

Γ. το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $(\widehat{OB\Gamma}) = \frac{4\pi}{3}$ τ. μ. και το εμβαδόν ϵ του κυκλικού τμήματος που περικλείεται από τη χορδή $B\Gamma$, το τόξο $B\Gamma$ και δεν έχει κοινά σημεία με το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι: $\epsilon = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ τ. μ. Μονάδες 10

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) **Απόδειξη:** Εμβδόν τραapeζιου
Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος (είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του) - Υπολογισμός προβολής - 2ο θεώρημα διαμέσων

Θέμα 3ο Γενίκευση του Πυθαγόρειου θεωρήματος ή νόμος συννημιτόνων - Εμβαδόν τριγώνου - Εμβαδόν κύκλου - Λόγος εμβαδών τριγώνων

Θέμα 4ο Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο και στοιχεία τους Προβολές πλευρών ορθογωνίων τριγώνων Εμβαδόν κυκλικού τομέα Εμβαδόν κυκλικού τμήματος

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1°

- A.** Σε κύκλο (O, R) να εγγράψετε κανονικό εξάγωνο και να υπολογίσετε την πλευρά και το απόστημά του συναρτήσει της ακτίνας R . Μονάδες 15
- B.** Στις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες:
- α.** Το εμβαδόν E ενός τριγώνου $ABΓ$ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2} \beta \gamma \mu B$
- β.** Το εμβαδόν ενός ρόμβου ισούται με το ημιγινόμενο των διαγωνίων του.
- γ.** Το τρίγωνο $ABΓ$ με $\alpha = 7$, $\beta = 5$ και $\gamma = 4$ είναι οξυγώνιο.
- δ.** Η κεντρική γωνία ω_n ενός κανονικού n -γώνου είναι $\omega_n = \frac{360^\circ}{n}$.
- ε.** Το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα μ° και ακτίνας R είναι :

$$(O \cdot AB) = \frac{\pi R^2 \mu^\circ}{360^\circ}$$

Μονάδες 10

Θέμα 2°

- Σε ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι: $AB = 5$ και $B\Delta = \frac{25}{13}$ ($A\Delta$ το ύψος του τριγώνου). Να υπολογίσετε τα τμήματα $BΓ$, $AΓ$ και $A\Delta$. Μονάδες 25

Θέμα 3°

- Στην υποτείνουσα $BΓ$ ορθογωνίου τριγώνου $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) θεωρούμε τα σημεία Δ και E , ώστε: $B\Delta = \Delta E = EΓ$. Να αποδείξετε ότι:

$$A\Delta^2 + AE^2 = \frac{5}{9} B\Gamma^2$$

Μονάδες 25

Θέμα 4°

- Θεωρούμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$ και $BΓ = 4$. Με κέντρο το B και ακτίνα BA γράφουμε κύκλο που τέμνει τη $BΓ$ στο M και με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓM γράφουμε κύκλο που τέμνει την $AΓ$ στο N . Να βρείτε:

- A.** Την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου AMN . Μονάδες 15
- B.** Το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου AMN . Μονάδες 10

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) Κατασκευή - Απόδειξη: Εγγραφή κανονικού εξαγώνου σε κύκλο

Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Θέμα 2ο Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο

Θέμα 3ο Μετρικές σχέσεις σε ορθογώνιο τρίγωνο

Θέμα 4ο Μήκος τόξου Εμβαδόν κυκλικού τμήματος