

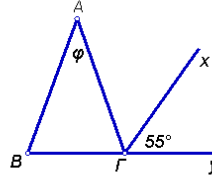
ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

**Θέμα 1°**

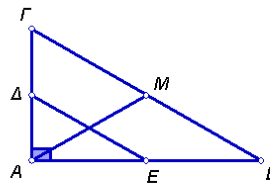
- A. Να δώσετε τον ορισμό του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Μονάδες 5
- B. Να δείξετε ότι οι διαγώνιοι του ορθογωνίου είναι ίσες. Μονάδες 10

- Γ. Στο διπλανό σχήμα είναι  $AB = AG$  και Γx εξωτερική διχοτόμος της  $\widehat{AG\Delta}$ .  
Να υπολογίσετε τη γωνία φ.



Μονάδες 5

- Δ. Στο διπλανό σχήμα να δικαιολογήσετε την ισότητα  $AM = \Delta E$ , αν είναι  $\widehat{A} = 90^\circ$ , AM διάμεσος και Δ, E μέσα των AG, AB αντίστοιχα.



Μονάδες 5

**Θέμα 2°**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ) και η διχοτόμος του BΔ. Από το Δ φέρουμε

ΔE ⊥ BΓ που τέμνει την προέκτασή της AB στο Z. Να αποδείξετε ότι:

- A.  $A\Delta = \Delta E$  Μονάδες 7
- B.  $Z\Delta B = B\Delta\Gamma$  Μονάδες 8
- Γ. Το τρίγωνο BΓZ είναι ισοσκελές. Μονάδες 10

**Θέμα 3°**

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με  $\widehat{B} > \widehat{\Gamma}$  και η διχοτόμος του AΔ. Να δείξετε ότι:

- A.  $\widehat{A\Delta\Gamma} - \widehat{A\Delta B} = \widehat{B} - \widehat{\Gamma}$  Μονάδες 12
- B.  $\widehat{A\Delta B} = 90^\circ - \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$  Μονάδες 13

**Θέμα 4°**

Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο ABΓΔ με  $\widehat{\Gamma} = \widehat{\Delta} = 45^\circ$ . Έστω EZ η διάμεσός του και AH το ύψος του. Από το Z φέρουμε παράλληλη στην AΔ που τέμνει τη ΓΔ στο Θ. Να δείξετε ότι:

- A. Το ΗΘZE είναι ισοσκελές τραπέζιο. Μονάδες 10
- B.  $\widehat{\Theta Z\Gamma} = 90^\circ$  Μονάδες 7
- Γ.  $\Theta\Gamma = AH$  Μονάδες 8

**Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα**

Θέμα 1ο (θεωρία) Διατύπωση του ορισμού του ορθογωνίου παραλληλόγραμμου  
 Απόδειξη: Ισότητα διαγωνίων ορθογωνίου παραλληλόγραμμου  
 Ερωτήσεις ανοικτού τύπου (εξωτερική γωνία τριγώνου - μέσα πλευρών τριγώνου- ιδιότητα ορθογωνίων τριγώνων)  
 Θέμα 2ο Αποδείξεις που στηρίζονται στη σύγκριση τριγώνων και λογισμό γωνιών  
 Θέμα 3ο Λογισμός γωνιών σε τρίγωνο  
 Θέμα 4ο Παραλληλόγραμμο - Τραπέζια (και ισοσκελή)

## ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΘΕΜΑΤΑ

## Θέμα 1°

- A.** Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός (κάθε) τριγώνου είναι ίσο με 2 ορθές ή  $180^\circ$ . Μονάδες 12
- B.** Να γράψετε τον ορισμό του παραλληλογράμμου και του ρόμβου. Μονάδες 7
- Γ.** Για τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε αν είναι Σωστές ή Λανθασμένες:
- α.** Αν οι διαγώνιοι ενός κυρτού τετραπλεύρου διχοτομούνται και είναι κάθετες τότε είναι τετράγωνο.
- β.** Το ύψος από κάθε κορυφή ισοσκελούς τριγώνου είναι διάμεσος και διχοτόμος.
- γ.** Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας. Μονάδες 6

## Θέμα 2°

Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB \parallel \Gamma\Delta$ ) με  $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ , η βάση  $AB = \alpha$  και η  $\Gamma\Delta = \frac{3}{2}\alpha$ , όπου  $\alpha$

γνωστό μήκος. Θεωρούμε τα  $E, Z, H$  μέσα των πλευρών  $AB, B\Gamma$  και  $\Delta E$  αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι:

- A.**  $HZ = \alpha$  Μονάδες 8
- B.** το τετράπλευρο  $ABZH$  είναι παραλληλόγραμμο Μονάδες 8
- Γ.** Το τετράπλευρο  $EBZH$  είναι ισοσκελές τραπέζιο. Μονάδες 9

## Θέμα 3°

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ), η  $\hat{B} = 30^\circ$  και η κάθετος στο μέσο  $M$  της υποτείνουσας  $B\Gamma$  που τέμνει την  $AB$  στο  $\Delta$ . Να δείξετε ότι:

- A.**  $M\Delta = A\Delta$  Μονάδες 15
- B.**  $M\Delta = \frac{AB}{3}$  Μονάδες 10

## Θέμα 4°

Δίνεται τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  και στην προέκταση της διαγωνίου  $B\Delta$  παίρνουμε τη  $\Delta E = B\Delta$ . Αν είναι  $\Theta$  το μέσο του τμήματος  $A\Delta$  και η προέκταση της  $\Gamma\Delta$  τέμνει την  $AE$  στο  $H$ , να αποδείξετε ότι:

- A.** Το σημείο  $H$  είναι μέσο της  $AE$ . Μονάδες 7
- B.** Τα τρίγωνα  $AH\Delta$  και  $\Gamma\Delta\Theta$  είναι ίσα. Μονάδες 10
- Γ.** Η προέκταση της  $\Gamma\Theta$  τέμνει κάθετα την  $AE$  στο  $I$  ( $\Gamma I \perp AE$ ) Μονάδες 8

## Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1ο (θεωρία) Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Απόδειξη: Άθροισμα γωνιών τριγώνου

Θέμα 2ο Παραλληλόγραμμο - Τραπέζια

Θέμα 3ο Λογισμός σε ορθογώνιο τρίγωνο

Θέμα 4ο Τετράγωνο και αποδείξεις που στηρίζονται στη σύγκριση τριγώνων