

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να χαρακτηρίσετε Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:
- a. Οι διχοτόμοι δύο διαδοχικών και παραπληρωματικών γωνιών σχηματίζουν ορθή γωνία.
- β. Οι διαγώνιες κάθε παραλληλογράμμου είναι ίσες μεταξύ τους.
- γ. Ένα τετράπλευρο που έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες είναι παραλληλόγραμμο.
- δ. Ρόμβος λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές ίσες μεταξύ τους.
- ε. Κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει διαγώνιες που είναι ίσες μεταξύ τους.
- στ. Ορθόκεντρο ενός τριγώνου ονομάζεται το σημείο τομής των διαμέσων του.

Εκτός ώλης 2016-17

Μονάδες 12

- B. Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα σε κύκλο ευθύγραμμα τμήματα που φέρονται από σημείο εκτός του κύκλου, είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 13

Θέμα 2^ο

Σε ισοσκελές τρίγωνο ABC ($AB = AC$), προεκτείνουμε τη βάση του BC κατά τμήματα $BD = CE$.

- A. Να αποδείξετε ότι οι γωνίες ΔBA και ECA είναι ίσες μεταξύ τους. **Μονάδες 7**
- B. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔBA και ECA είναι ίσα μεταξύ τους. **Μονάδες 11**
- C. Να αποδείξετε ότι το σημείο A βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος AE . **Μονάδες 7**

Θέμα 3^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Από την κορυφή B φέρουμε την κάθετη προς την $A\Delta$ που τέμνει την $A\Delta$ στο H και την AC στο E .

- A. Να αποδείξετε ότι $BH = HE$ και $BH = AH$ **Μονάδες 10**
- B. Αν M είναι το μέσο της BC να αποδείξετε ότι:
 - a. $AB = MG$ και $\widehat{HB\Delta} = 15^\circ$ **Μονάδες 10**
 - b. $\widehat{MH\Delta} = 45^\circ$ **Μονάδες 5**

Θέμα 4^ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AC > AB$, η διάμεσός του AZ και έστω Δ και E τα μέσα των πλευρών του AB και AC αντίστοιχα. Φέρουμε το ύψος AK και ονομάζουμε Θ το σημείο τομής των ΔE και AZ . Να αποδείξετε ότι:

- A. Το τετράπλευρο ΔZE είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. **Μονάδες 6**
- B. Το τετράπλευρο ΔEZK είναι ισοσκελές τραπέζιο (θεωρείστε δεδομένο ότι οι ευθείες EZ και ΔK δεν είναι παράλληλες). **Μονάδες 7**

$$\Gamma. \quad A\Theta = \frac{E\Delta}{2}$$

Μονάδες 6

$$\Delta. \quad A\Theta = \frac{B\Gamma}{4}$$

Μονάδες 6

Εξεταζόμενη ώλη ανά θέμα

Θέμα 10 (θεωρία) Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Απόδειξη: Εφαπτόμενα τμήματα σε κύκλο

Θέμα 20 Αποδείξεις που στηρίζονται στη σύγκριση τριγώνων - Μεσοκάθετος

Θέμα 30 Λογισμός σε ορθογώνιο τρίγωνο - Υπολογισμός γωνιών

Θέμα 40 Λογισμός σε ορθογώνιο τρίγωνο - Παραλληλόγραμμα - Τραπέζια

ΤΕΛΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

- | | |
|---|---|
| A. Δώστε τον ορισμό του παραλληλογράμμου.
B. Δείξτε ότι κάθε τετράπλευρο του οποίου οι διαγώνιοι διχοτομούνται είναι παραλληλόγραμμο.
C. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος:
a. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
b. Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες.
c. Δύο αμβλείες γωνίες, που έχουν τις πλευρές τους ή παράλληλες ή κάθετες, είναι ίσες.
d. Σκαληνό λέγεται το τρίγωνο που έχει τρεις άνισες οξείες γωνίες.
e. Το τετράπλευρο που έχει ίσες διαγωνίους είναι ορθογώνιο. | Μονάδες 5
Μονάδες 10
Μονάδες 10
Μονάδες 10 |
|---|---|

Θέμα 2^ο

Στις ίσες πλευρές AB και AG, ενός ισοσκελούς τριγώνου ABG παίρνουμε σημεία Δ, E αντίστοιχα τέτοια, ώστε $A\Delta = AE$.

Φέρουμε την κάθετη στην AB στο σημείο Δ που τέμνει τη BG στο σημείο H. Επίσης φέρουμε την κάθετο στην AG στο σημείο E που τέμνει τη BG στο σημείο Z.

- | | |
|--|--------------------------|
| A. Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔBH, EΓZ.
B. Δείξτε ότι $ZB = HG$. | Μονάδες 13
Μονάδες 12 |
|--|--------------------------|

Θέμα 3^ο

Δίνεται τρίγωνο AΒΓ και K, Λ, M τα μέσα των πλευρών AΒ, BΓ, ΓA αντίστοιχα.

- | | |
|---|--------------------------|
| A. Δείξτε ότι το τετράπλευρο AKLM είναι παραλληλόγραμμο.
B. Φέρουμε τα τμήματα MB και MK που τέμνουν τη διάμεσο AL στα σημεία Θ και I αντίστοιχα. Δείξτε ότι: $I\Theta = \frac{AL}{6}$. | Μονάδες 12
Μονάδες 13 |
|---|--------------------------|

Θέμα 4^ο

Εστω τρίγωνο AΒΓ με γωνία \hat{B} διπλάσια της γωνίας \hat{G} και $B\Delta$ διχοτόμος. Από το μέσο E της AG φέρουμε παράλληλη στη $B\Delta$ που τέμνει τη BG στο Z.

- | | |
|--|-------------------------------------|
| A. Αποδείξτε ότι το τρίγωνο ZEG είναι ισοσκελές.
B. Δείξτε ότι $\widehat{AZE} = \widehat{ZAE}$.
C. Αποδείξτε ότι AZ είναι ύψος του τριγώνου AΒΓ. | Μονάδες 8
Μονάδες 8
Μονάδες 9 |
|--|-------------------------------------|

Εξεταζόμενη ύλη ανά θέμα

Θέμα 1^ο (θεωρία) Ερωτήσεις κλειστού τύπου από διάφορα κεφάλαια

Διατύπωση του ορισμού του παραλληλόγραμμου

Θέμα 2^ο Αποδείξεις που στηρίζονται στη σύγκριση τριγώνων

Θέμα 3^ο Εφαρμογή με τα μέσα πλευρών τριγώνου - Εφαρμογή βαρυκέντρου τριγώνου

Θέμα 4^ο Λογισμός γωνιών και παραλλήλων ευθειών - Ιδιότητα ορθογωνίων τριγώνων