

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο _ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

1.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2x - 3$

A. Να υπολογιστούν οι τιμές της συνάρτησης $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$

(Μονάδες 9)

B. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$

(Μονάδες 9)

Γ. Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$

(Μονάδες 7)

2.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x - 6$, $x \in \mathbb{R}$

A. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

(Μονάδες 6)

B. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f .

(Μονάδες 6)

Γ. Να βρείτε τα $x \in \mathbb{R}$ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να βρίσκεται πάνω από την ευθεία με εξίσωση $\psi = -6$ και κάτω από τον άξονα $\chi\chi$.

(Μονάδες 7)

Δ. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

(Μονάδες 6).

3.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4 + \mu - x^2}$ με $\mu \geq 0$.

A. Να βρείτε την τιμή του μ , ώστε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο

$A(2,0)$

(Μονάδες 5)

B. Για $\mu=0$:

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f

(Μονάδες 7)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο _ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

B2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $B(0, f(0))$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία με εξίσωση $y = x + 1$

(Μονάδες 8)

B3. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{1}{f^2(x)} + \frac{2}{x+2} = 1$, αν $-2 < x < 2$

(Μονάδες 5)

4.

Δίνονται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

A. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f δεν τέμνει τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 5)

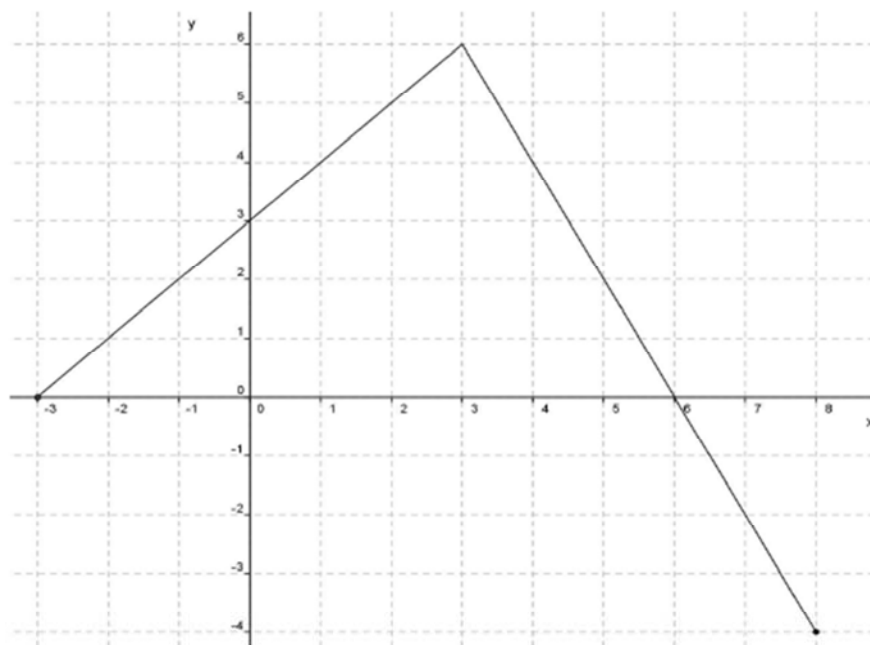
B. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από την ευθεία $y = 2x + 3$.

(Μονάδες 10)

Γ. Εστω $M(x, y)$ σημείο της C_f . Αν για την τετμημένη x του σημείου M ισχύει $|2x + 1| < 3$, τότε να δείξετε ότι το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από την ευθεία $y = 2x + 3$.

(Μονάδες 10)

5.



Στο παραπάνω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο _ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

A. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

B. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-3	-1	0	3		
y					-2	4

(Μονάδες 6)

Γ. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες. (Μονάδες 6)

Δ. Να προσδιορίσετε το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές.

(Μονάδες 7)

6.

Μια μπάλα που εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω, αφού διαγράψει μια τροχιά, μετά από κάποιο χρόνο θα πέσει στο έδαφος. Το ύψος h (σε m) από το έδαφος, στο οποίο βρίσκεται η μπάλα κάθε χρονική στιγμή t (σε sec) κατά την κίνησή της, προσδιορίζεται από τη συνάρτηση: $h(t) = -5t^2 + 10t + 1,05$

A. Να βρείτε τις τιμές $h(0)$, $h(1)$, $h(2)$ και να εξηγήσετε τι παριστάνουν στο πλαίσιο του προβλήματος.

(Μονάδες 6)

B. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο η μπάλα θα φτάσει στο έδαφος.

(Μονάδες 8)

Γ. Να αποδείξετε ότι το ύψος στο οποίο βρίσκεται η μπάλα κάθε χρονική στιγμή t μπορεί να προσδιοριστεί και από τον τύπο: $h(t) = 5[1,21 - (t-1)^2]$

(Μονάδες 5)

Δ. Να εξετάσετε αν υπάρχει χρονική στιγμή t_1 (σε sec) που το ύψος h της μπάλας από το έδαφος θα είναι πάνω από 6,65 m

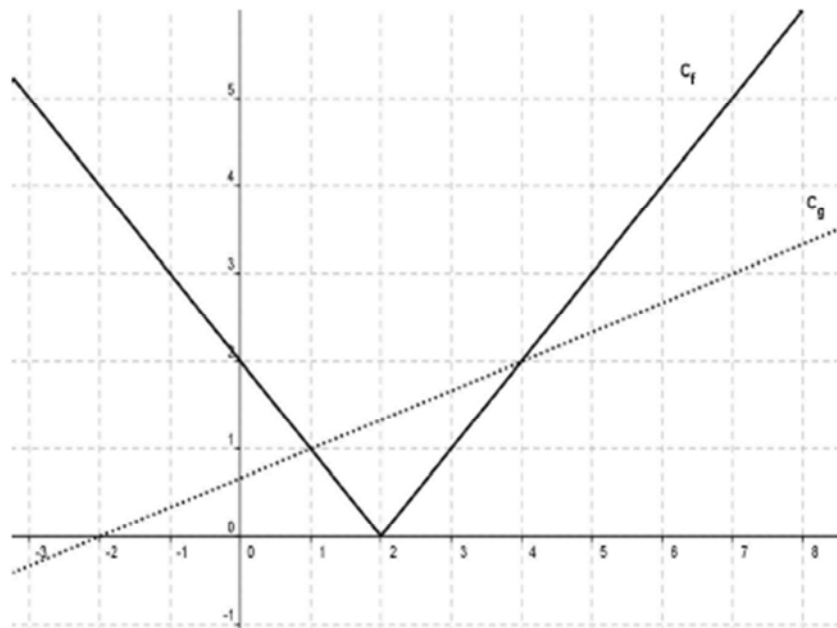
(Μονάδες 6)

7.

Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g των συναρτήσεων f και

g αντίστοιχα, με $f(x) = |x-2|$ και $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο _ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ



Α. Να εκτιμήσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής των C_f και C_g

(Μονάδες 6)

Β. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο ερώτημα α).

(Μονάδες 8)

Γ. Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων, να βρείτε για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g .

(Μονάδες 6)

Δ. Με τη βοήθεια του ερωτήματος γ), να βρείτε για ποιες τιμές του x έχει νόημα πραγματικού αριθμού η παράσταση: $K = \sqrt{3|2-x| - (x+2)}$

(Μονάδες 5)

8.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 5x + 3, x \in \mathbb{R}$

Α. Να βρείτε τα $f(0), f(2)$.

(Μονάδες 8)

Β. Να λύσετε την εξίσωση $|f(x)| = 8$

(Μονάδες 8)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + f(x) + 3 < 0$

(Μονάδες 9)

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^ο _ ΜΕΛΕΤΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

1.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x - 6$, $x \in \mathbb{R}$

A. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$

(Μονάδες 6)

B. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f .

(Μονάδες 6)

Γ. Να βρείτε τα $x \in \mathbb{R}$ ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να βρίσκεται πάνω από την ευθεία με εξίσωση $\psi = -6$ και κάτω από τον άξονα $\chi\chi$.

(Μονάδες 7)

Δ. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

2.

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με κάθετες πλευρές που έχουν μήκη x, y τέτοια, ώστε $x + y = 10$.

A. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ συναρτήσει του x δίνεται από τον τύπο:

$$E(x) = \frac{1}{2}(-x^2 + 10x), \quad x \in (0, 10)$$

(Μονάδες 9)

B. Να αποδείξετε ότι:

$$E(x) \leq \frac{25}{2} \text{ για κάθε } x \in (0, 10)$$

(Μονάδες 8)

Γ. Για ποια τιμή του $x \in (0, 10)$ το εμβαδόν $E(x)$ γίνεται μέγιστο, δηλαδή ίσο με $\frac{25}{2}$; Τι

παρατηρείτε τότε για το τρίγωνο $AB\Gamma$;

(Μονάδες 8)