ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{ο} - ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

1.

Δίνονται οι παραστάσεις: $K = 2\alpha^2 + \beta^2$ και $\Lambda = 2\alpha\beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Α. Να δείξετε ότι: $K \geq \Lambda$, για κάθε τιμή των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 12)

Β. Για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει η ισότητα $K = \Lambda$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

2.

Δίνονται πραγματικοί αριθμοί α, β, με $\alpha > 0$ και $\beta > 0$. Να αποδείξετε ότι:

Α. $\alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4$

(Μονάδες 12)

Β. $(a + \frac{4}{a}) \cdot (\beta + \frac{4}{\beta}) \geq 16$

(Μονάδες 13)

3.

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt{\sqrt[3]{2^5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ και $B = \frac{8^7 \cdot 27^{11}}{6^{20} \cdot 9^6}$

Α. Να αποδείξετε ότι $A = 2$ και $B = 6$.

(Μονάδες 8)

Β. Να λύσετε την εξίσωση $x^3 = \frac{1}{A - \sqrt{A}} + \frac{1}{A + \sqrt{A}}$

(Μονάδες 6)

Γ. Να κατασκευάσετε εξίσωση $2^{ου}$ βαθμού με ρίζες τους αριθμούς A και B .

(Μονάδες 2)

Δ. Αν $2 \leq x \leq 4$ και $1 \leq y \leq 2$ α βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της παράστασης $K = Ax - By$.

(Μονάδες 4)

4.

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος x εκατοστά και πλάτος y εκατοστά, αντίστοιχα. Αν για τα μήκη x και y ισχύει: $4 \le x \le 7$ και $2 \le y \le 3$, τότε:

Α. Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

(Μονάδες 10)

Β. Αν το x μειωθεί κατά 1 και το y τριπλασιαστεί, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή της περιμέτρου του νέου ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

(Μονάδες 15)

5.

Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύουν:

$$2 \le \alpha \le 4 \text{ και } -4 \le \beta \le -3$$

Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμίας από τις παραστάσεις:

Α. $\alpha - 2\beta$

(Μονάδες 12)

Β. $\alpha^2 - 2\alpha\beta$

(Μονάδες 13)

6.

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \left(\sqrt{2}\right)^6,\ B = \left(\sqrt[3]{3}\right)^6,\ \Gamma = \left(\sqrt[6]{6}\right)^6$$

Α. Να δείξετε ότι $A + B + \Gamma = 23$

(Μονάδες 13)

Β. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt[3]{3}$ και $\sqrt[6]{6}$

(Μονάδες 12)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας