

Άσκηση 1.3

Έστω $0 < \alpha \leq \beta$. Αποδείξτε ότι $0 < \alpha^n \leq \beta^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Απόδειξη

Η απόδειξη θα γίνει με επαγωγή.

Για $n = 1$ ισχύει $0 < \alpha^1 \leq \beta^1$.

Έστω ότι για $n = \nu$, ισχύει $0 < \alpha^\nu \leq \beta^\nu$.

Θα δείξω ότι ισχύει η σχέση για $n = \nu + 1$. Δηλαδή $0 < \alpha^{\nu+1} \leq \beta^{\nu+1}$.

Πράγματι, πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη τις σχέσεις

$$\left. \begin{array}{l} 0 < \alpha^\nu \leq \beta^\nu \\ 0 < \alpha \leq \beta \end{array} \right\} \text{ έχουμε } 0 < \alpha^{\nu+1} \leq \beta^{\nu+1}.$$

Αυτό ολοκληρώνει την απόδειξη.