ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΚΠΑ ΓΕΩΛΟΓΙΚΟΥ (2006/2007)
(Απόδειξη της ανισότητας Bernoulli με τη μέθοδο της επαγωγής)

Να δειχτεί επαγωγικά ότι $(1+x)^n \geq 1+n\cdot x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ και $\forall n \in \mathbb{N}$

Υποδειγματική Λύση

Έστω $P(n)$ η πρόταση που θέλουμε να αποδείξουμε.

Για $n=1$:

$(1+x)^1 \geq 1+1\cdot x \Rightarrow 1+x=1+x \Rightarrow P(1)$ αληθής

Έστω ότι ισχύει για $n=k$:

$(1+x)^k \geq 1+k\cdot x$

Θα αποδείξουμε ότι η πρόταση ισχύει για $n=k+1$:

(Δηλαδή ότι $(1+x)^{k+1} \geq 1+(k+1)\cdot x$)

$$
\begin{aligned}
(1+x)^{k+1} &= (1+x)^k(1+x) \geq \\
&\geq (1+k\cdot x)(1+x) = \\
&= 1+x+k\cdot x+k\cdot x^2 = \\
&= 1+(k+1)\cdot x+k\cdot x^2 \geq \\
&\geq 1+(k+1)\cdot x+k\cdot 0^2 = \\
&= 1+(k+1)\cdot x \Rightarrow \\
(1+x)^{k+1} &\geq 1+(k+1)\cdot x
\end{aligned}
$$

Επομένως $P(k+1)$ ισχύει.

Άρα $P(n)$ αληθής.

ΑΡΝΟΣ Studies & Publishing
ΣΟΛΩΜΟΥ 29 ΑΘΗΝΑ ☎ 210.38.22.157 – 495
www.arnos.gr – www.eap-learning.gr – www.oktonia.com
e-mail : info@arnos.gr
ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΗ ΣΤΗΡΙΞΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ