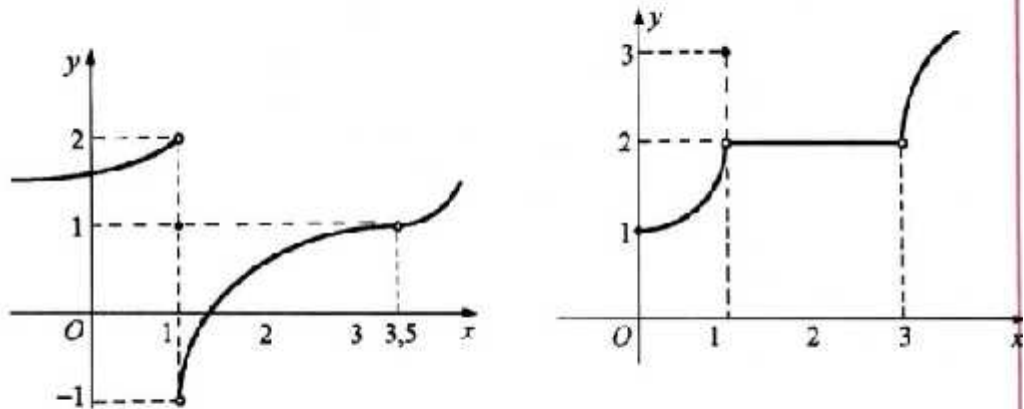


### Α' ΟΜΑΔΑΣ

1. Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις δυο συναρτήσεων. Να βρείτε τα σημεία στα οποία αυτές δεν είναι συνεχείς.



2. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια στο  $x_0$  τις παρακάτω συναρτήσεις:

$$\text{i) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & x < 2 \\ x^3, & x \geq 2 \end{cases}, \quad \text{αν } x_0 = 2$$

$$\text{ii) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1 \\ \sqrt{3+x}, & x \geq 1 \end{cases}, \quad \text{αν } x_0 = 1$$

$$\text{iii) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}, & x \neq -2 \\ -3, & x = -2 \end{cases}, \quad \text{αν } x_0 = -2.$$

3. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια τις παρακάτω συναρτήσεις και μετά να χαράξετε τη γραφική τους παράσταση, αν

$$\text{i) } f(x) = \begin{cases} 2x^2, & |x| \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & |x| > 1 \end{cases}$$

$$\text{ii) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 5, & x = 2 \end{cases}$$

$$\text{iii) } f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{iv) } f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ -x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$$

4. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια τις συναρτήσεις

$$\text{i)} \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & , \quad x \leq 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & , \quad x > 1 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x} & , \quad x < 0 \\ \sigma\eta\nu x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

5. Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω συναρτήσεις είναι συνεχείς:

$$\text{i)} \quad f(x) = \eta\mu(\sigma\eta\nu x)$$

$$\text{ii)} \quad f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$$

$$\text{iii)} \quad f(x) = \eta\mu\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right)$$

$$\text{iv)} \quad f(x) = e^{\eta\mu x}$$

$$\text{v)} \quad f(x) = \ln(\ln x)$$

6. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $\eta\mu x - x + 1 = 0$  έχει μία τουλάχιστον λύση στο διάστημα  $(0, \pi)$ .

7. Για κάθε μία από τις παρακάτω πολυωνυμικές συναρτήσεις  $f$ , να βρείτε έναν ακέραιο  $a$  τέτοιον, ώστε στο διάστημα  $(a, a+1)$  η εξίσωση  $f(x) = 0$  να έχει μία τουλάχιστον ρίζα

$$\text{i)} \quad f(x) = x^3 + x - 1$$

$$\text{ii)} \quad f(x) = x^5 + 2x + 1$$

$$\text{iii)} \quad f(x) = x^4 + 2x - 4$$

$$\text{iv)} \quad f(x) = -x^3 + x + 2$$

8. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$$\alpha(x - \mu)(x - \nu) + \beta(x - \lambda)(x - \nu) + \gamma(x - \lambda)(x - \mu) = 0,$$

όπου  $\alpha, \beta, \gamma > 0$  και  $\lambda < \mu < \nu$ , έχει δυο ρίζες άνισες, μια στο διάστημα  $(\lambda, \mu)$  και μια στο  $(\mu, \nu)$ .

9. Να βρείτε το πρόσημο της συνάρτησης  $f$  για όλες τις πραγματικές τιμές του  $x$ , όταν:

$$\text{i)} \quad f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\text{ii)} \quad f(x) = x^4 - 9x^2$$

$$\text{iii)} \quad f(x) = \epsilon\phi x - \sqrt{3}, \quad x \in (-\pi, \pi)$$

$$\text{iv)} \quad f(x) = \eta\mu x + \sigma\eta\nu x, \quad x \in [0, 2\pi].$$

10. Να βρείτε το σύνολο τιμών των συναρτήσεων

i)  $f(x) = \ln x - 1$ ,  $x \in [1, e]$

ii)  $f(x) = -x + 2$ ,  $x \in (0, 2)$

iii)  $f(x) = 2\eta\mu x + 1$ ,  $x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right)$

iv)  $f(x) = e^x + 1$ ,  $x \in (-\infty, 0]$ .